

Resultados de uma proposta didática sobre a teoria quântica do processo de medição

The results of a pedagogic proposal on the quantum theory of the measurement process

Rodolfo Alves de Carvalho Neto

Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS)

rodolfo@uefs.br

Oswaldo Pessoa Jr.

Universidade de São Paulo (USP)

opessoa@usp.br

Roberto Rivelino Moreno

Universidade Federal da Bahia (UFBA)

onilevir@ufba.br

RESUMO

Este artigo apresenta os resultados do processo de aprendizagem sobre a teoria quântica do processo de medição, obtidos e analisados no contexto de uma proposta didática testada em 2014.2, na Universidade Federal da Bahia, em programa de doutorado. Apoiada no marco teórico de Vygotsky e tendo como base epistemológica a Interpretação da Complementaridade, buscou-se compartilhar os significados físicos das ideias relacionadas ao espaço vetorial complexo, conectadas à possibilidade dos humanos comunicarem, sem ambiguidades, resultados e previsões de medições em um contexto experimental bem definido. Foi possível concluir, através de observação, entrevista e documento (prova individual), que ocorreu internalização sobre o significado das medições quânticas, sendo que alguns alunos passaram do estágio de aprendizagem potencial para aprendizagem real, enquanto que para outros esta passagem foi parcial. Inferimos que ter exposto os alunos, desde o início, às medições feitas no contexto de sistemas de dois níveis facilitou a internalização de conceitos quânticos.

Palavras-chave: teoria quântica do processo de medida, interpretação da complementaridade, marco teórico de Vygotsky, proposta didática

Abstract

This article aims to present and analyze students' learning of the quantum theory of the measurement process, resulting from a pedagogic proposal adopted in semester 2014.2 at the Federal University of Bahia's doctoral program. Drawing from Vygotsky's theoretical framework and having the interpretation of complementarity as its epistemological basis, we aimed to share the physical meanings of the ideas involved in a complex vector space, connected to the possibility of humans to communicate, without ambiguity, the results and

predictions of measurements in a well-defined experimental context. Using observations, interviews and an individual exam, we concluded that the internalization of the quantum measurement theory was successful, and some students evolved from a stage of potential to real learning, whereas others managed to reach only a partial understanding. There was evidence that an early exposure to the measurements performed in a context of two-level systems facilitated the understanding of the quantum theory.

Keywords: quantum theory, measurement process, complementarity interpretation, theoretical framework of Vygotsky, didactic proposal.

Introdução

Este artigo apresenta os resultados de aprendizagem sobre a teoria quântica do processo de medida, coletados e analisados no contexto de uma proposta didática testada no 2º semestre de 2014, em curso ministrado para alunos da licenciatura e bacharelado em Física, em programa de doutorado. A revisão de literatura, a teoria de Vygotsky e epistemologia de Niels Bohr permitiram investigar o processo de intercâmbio de significados das ideias matemáticas ligadas às medições quânticas na perspectiva da interpretação da complementaridade, objeto desta pesquisa.

Não há espaço aqui para apresentar uma revisão de literatura sobre o ensino de Mecânica Quântica (MQ) e do seu formalismo de medições. Uma extensa revisão de artigos de ensino de Física Moderna anteriores a 2006 é feita por Pereira & Ostermann (2009), e uma revisão de artigos mais recentes é feita por Carvalho Neto (2016, cap. 1).

É preciso porém destacar os estudos de Guangtian Zhu, e sua orientadora Chandralekha Singh, da Universidade de Pittsburgh, com os quais buscamos dialogar. Numa vertente que investiga aspectos formais da MQ, Zhu & Singh (2011) exploraram pedagogicamente a ideia de fazer previsões sobre os resultados experimentais com modalidades diferentes de dispositivos de Stern-Gerlach. No contexto de um espaço de Hilbert de dimensão finita, os alunos podem aprender a preparar um estado quântico específico e a lidar com a medição quântica. Os autores utilizam o experimento também para fazer uma distinção entre o espaço físico, onde o experimento é preparado, e o espaço matemático abstrato de Hilbert. Zhu & Singh (2012) descreveram as dificuldades de compreensão das medições quânticas, na interpretação padrão (de Copenhague), por alunos da graduação e pós-graduação. Os autores utilizam as possíveis origens dessas dificuldades, analisando respostas de questões e entrevistas. Estes resultados foram utilizados para desenvolver pesquisa na elaboração de tutoriais com o objetivo de possibilitar a aprendizagem da teoria das medições quânticas. Dentre os resultados da pesquisa, destacamos a dificuldade dos alunos de perceberem a diferença entre a probabilidade de medir cada valor possível de um observável e o valor esperado daquele observável, num dado estado. Foi constatada também uma transferência não apropriada do conceito clássico de probabilidade para o correspondente conceito quântico.

Sobre o uso de probabilidade, Bao & Redish (2002) relatam que, quando os alunos começam a utilizar a probabilidade para eventos determinísticos clássicos, são, equivocadamente, levados a interpretar a probabilidade inerente à teoria quântica numa perspectiva clássica. A ênfase da experiência didática foi a de despertar no aluno a ideia de que o uso da probabilidade no contexto quântico é necessário para entender as medições quânticas e para compreender coisas do mundo real, e não são simplesmente abstrações.

Marco teórico e metodologia da pesquisa

A proposta didática implementada está fundamentada em alguns pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural, de Lev Vygotsky. Dentre os pressupostos que embasaram a proposta, pode-se destacar o papel da interação social na internalização de significados e conhecimentos, ao longo do processo de desenvolvimento psicológico. Conforme ponderam Pereira, Ostermann & Cavalcanti (2009, p. 379), apoiados em Jay Lemke, é preciso “dar um peso teórico substancial ao papel da interação social, considerando-a como central e necessária para a aprendizagem e não meramente auxiliar e secundária”. Uma outra ideia fundamental para a implementação da proposta didática é a ideia de internalização: “uma operação que inicialmente representa uma atividade externa pode ser reconstruída e ocorrer internamente; um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal” (VYGOTSKY, 2010, p. 57). Para Vygotsky, o processo de desenvolvimento mental avança de modo mais lento do que o processo de aprendizagem, pressuposto teórico que tem implicações para o ensino, na noção de Zona de Desenvolvimento Proximal ou Potencial. Esta é definida como a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (VYGOTSKY, 2010, p. 97).

Através desta zona proximal, é possível verificar as funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de amadurecimento. Planejamos uma proposta didática partindo de perguntas gerais, capazes de provocar o aluno a colocar em movimento o que já aprendeu ou domina, em situações em que precisa de alguém mais experiente que lhe oriente e auxilie a internalizar conceitos sobre medições quânticas. Nesta perspectiva, foi compartilhada a ideia de que a Física, mesmo se referindo à escala atômica, possibilita os humanos a se comunicarem sem ambiguidades, predizendo e comunicando resultados de uma medição em um contexto experimental bem definido. Compartilhamos também, desde o início, as noções de estado, evolução e medição de variáveis dinâmicas, necessárias para a construção de uma mecânica. No processo de interação social, abriu-se o diálogo sobre a necessidade de um espaço vetorial complexo para que os sujeitos da experiência, enquanto sujeitos do conhecimento, construíssem significados do princípio quântico da superposição de estados, do princípio da incerteza e dos conceitos quânticos implícitos nos postulados quânticos.

Quanto à metodologia de pesquisa adotada, optou-se pelo método qualitativo-descritivo. Diante de uma realidade complexa, onde participamos na condição de professor-pesquisador de uma experiência didática, buscou-se tomar decisões metodológicas quanto à forma e à situação de coleta de dados que permitisse reduzir o fenômeno em seus aspectos mais relevantes (LÜDKE & ANDRÉ, 1986, p. 17). Foram utilizados três tipos de coleta de dados: observação, entrevistas e documento (prova individual). Em todos os procedimentos metodológicos, considerou-se essencial o papel da interação social, inclusive nas entrevistas individuais, uma vez que foram planejadas em função das falas (gravadas em vídeo) dos alunos, levando em conta risos, gestos e momentos em que um dos participantes colocava-se como mais capaz. Antes de cada entrevista, eram projetados os vídeos gravados em sala de aula, para que o aluno entrevistado refletisse sobre o intercâmbio de significados ocorridos no processo de interação com os colegas e professor. Dos sete alunos matriculados, quatro foram selecionados como sujeitos de pesquisa, tendo em vista a vontade e disponibilidade de horário para concedê-las. Os cuidados éticos nos levaram a denominá-los com os pseudônimos de Alexandre, Rafael, Antônio e Carlos. Todos passaram pelos mesmos procedimentos metodológicos, apesar de nem todos terem sido entrevistados o mesmo número de vezes. Quanto à prova individual, o objetivo foi analisar o que cada aluno era capaz de fazer de

forma autônoma (desenvolvimento real) e o que estava em processo de formação (desenvolvimento potencial).

Proposta didática

Uma questão fundamental, mediada por experimentos sequenciais de Stern-Gerlach, foi como deveríamos definir o estado quântico para construir a MQ. Inspirados na abordagem formal de sistemas de dois níveis, como polarização da luz ou átomos de spin $\frac{1}{2}$, buscou-se compartilhar a ideia de que se pode representar cada estado de spin de um átomo de prata, submetido a um campo magnético não homogêneo, por um vetor em um tipo especial de espaço vetorial bidimensional, que necessita ser um espaço vetorial complexo (SAKURAI, 1994).

Uma ideia central é que a proposta didática pudesse levantar a questão de se a MQ diz respeito a coisas reais ou simplesmente a abstrações. De modo específico, tentamos criar uma zona de desenvolvimento proximal para o compartilhamento do significado do vetor de estado quântico como uma preparação experimental objetiva, que pode ser comunicada sem ambiguidade entre os pares. No caso da Física Clássica, isso também pode ser feito, mas classicamente um estado também pode ser pensado de maneira “realista”, como representando um estado real de coisas, como um corpo de certa massa, a uma certa posição e velocidade, que seriam *propriedades* com valores bem definidos. No caso quântico, porém, há um longa controvérsia sobre se isso também pode ser feito (ver FREIRE JR., 1999). A visão “instrumentalista” (que se opõe à realista), geralmente associada à interpretação da complementaridade (ou ortodoxa, associada aos nomes de Niels Bohr, Werner Heisenberg e Wolfgang Pauli), defende que o estado quântico tem uma definição objetiva, associada ao procedimento de preparação deste estado, contendo todas as informações que podem ser medidas no sistema quântico, mas que geralmente ele não representa propriedades físicas bem definidas, salvo quando está em um “autoestado” (PERES, 1984). Fez parte da estratégia didática explicitar que a Mecânica (seja ela clássica ou quântica) não pode prescindir da noção de estado, e enfatizar a diferença entre os casos clássico e quântico: ao passo que o estado clássico é representado por propriedades físicas (como posição e momento), tal associação não é aceita (pela interpretação instrumentalista que foi adotada didaticamente) para o estado quântico. Explorou-se também a diferença em relação à abordagem matemática utilizada nos dois casos, sendo que na MQ utiliza-se a resolução da equação de autovalores-autovetores, envolvendo estados e operadores hermitianos.

Buscou-se ainda criar uma zona de desenvolvimento com relação às diferenças entre os conceitos de probabilidade utilizados no contexto clássico e no contexto quântico. Para tanto compartilhamos a necessidade do uso de probabilidades mesmo para eventos individuais, envolvendo um átomo único ou a detecção de um fóton individual.

A partir desses referenciais, planejamos uma proposta didática centrada em sete blocos interconectados, com seus respectivos objetivos. 1) Pressupostos teóricos da Mecânica Clássica: compartilhar os conceitos de estado clássico, evolução e medição das variáveis dinâmicas. 2) Interpretação da Complementaridade: apresentar a constante de Planck h como constante fundamental da MQ e suas implicações para medições quânticas; dualidade onda-partícula e princípio da incerteza como uma limitação genuína de medição para quaisquer observáveis que não comutam (indeterminação); caracterizar esta base epistemológica como racional, objetiva e antirrealista. 3) Experimento com limalha de ferro em campo magnético não homogêneo. 4) Experimento de Stern-Gerlach para sistemas de dois níveis: introduzir o formalismo algébrico de espaço vetorial complexo; compartilhar os conceitos de estado quântico, evolução e medição de variáveis dinâmicas, apresentando as novidades conceituais

relativas à Mecânica Clássica; princípio da superposição, filtragem seletiva, espectro de observáveis, autovalores e autovetores, probabilidade na medição, observáveis e valores médios. 5) Experimento de polarização com microondas: compartilhar o uso de probabilidade na predição de medidas sobre fótons individuais; discutir preparações de estado. 6) Sistemas de três níveis: discutir, a partir do contexto experimental com partículas de spin 1, filtragens e as amplitudes interferentes. 7) O problema da medição na perspectiva da complementaridade: rejeitar, nesta base epistemológica, a ideia de colapso como um fato objetivo e apresentar, de forma panorâmica, a controvérsia dos quanta.

Resultados e análise dos dados

A internalização da interpretação da complementaridade e do significado físico da constante de Planck h passou por diferentes estágios. Inicialmente, a maioria dos alunos não recordava ou não conhecia esta interpretação (e as demais interpretações), e referiram-se à constante de Planck apenas no contexto da Mecânica Quântica Velha, sem explicitar a relação do quantum de ação com a medição quântica. Num segundo estágio, foi possível registrar uma compreensão adequada acerca da dualidade onda-partícula, de sua consistência empírica, baseada na análise do experimento da dupla fenda, para baixas intensidades de radiação, com a detecção de fótons individuais. Num estágio de maior amadurecimento, passaram a reconhecer que necessitavam de um quadro mental ondulatório para comunicar a interferência observada no experimento da dupla fenda, quando não se podia localizar por qual das fendas o elétron teria passado e, de forma análoga, reconheceram a mesma necessidade para comunicar resultados observacionais de experimentos feitos com canais abertos (isto no bloco 5), quando havia recombinação de feixes, o que excluía a representação corpuscular. Do mesmo modo, esses alunos, em geral, utilizavam o quadro mental corpuscular para comunicar resultados observacionais do experimento de dupla fenda, quando se detectava por qual fenda o elétron passou, e também nos casos onde se faziam filtragens, situações que possibilitavam os alunos inferirem uma trajetória para comunicar seus resultados observacionais. O aluno Carlos, que, em geral, se apresentava como parceiro mais capaz, recorreu, equivocadamente, à ideia de variáveis escondidas para tratar de partículas que estavam em estado de superposição, passando em três canais abertos, indicando que naquele momento ele não dava conta de tratar esta situação de superposição para uma única partícula. Este resultado traz à tona uma peculiaridade do ensino de MQ, identificada na revisão de literatura, quando alunos costumam utilizar interpretações diferentes a depender do contexto experimental, mesmo sabendo que a avaliação seria feita com base na Interpretação da Complementaridade. Alexandre, por sua vez, recusou-se a pensar no problema da medição ou do colapso, usando a interpretação da complementaridade, de forma que para ele o que ocorria durante a medição era um fato objetivo que carecia de maiores explicações. Este mesmo aluno, referindo-se de forma adequada à complementaridade, declarou, em avaliação escrita, o seguinte:

De acordo com a interpretação da complementariedade, a constante de Planck, seu valor diminuto, estabelece limites aos experimentos de medida (processo macroscópico). No que diz respeito a observáveis incompatíveis, por exemplo, não é possível determinar simultaneamente posição e momento, apesar de que alguns físicos acreditem que um elétron num dado instante de tempo possua uma posição e um momento bem definidos (a despeito da incapacidade do equipamento e do observador aferi-los com precisão). Para a MQ a constante de Planck estabelece essa incapacidade de medição simultânea como uma característica própria da natureza, tanto da matéria como da radiação.

Uma inferência é que ter escolhido uma interpretação antirrealista aguçou o senso crítico deste aluno, levando-o a pensar em interpretações realistas. Por isso, apresentamos referências, no final do curso, para ampliar o interesse por questões interpretativas. É oportuno lembrar, dialogando com a literatura, que o aluno refere-se à complementaridade na visão correta, tal como concebida por Bohr, cuja visão diferia daquela de Heisenberg que, em 1928, atribuía uma definição simultânea à posição e velocidade, embora inacessíveis para um microscópio. Ao falar em “alguns físicos”, o aluno refere-se, indiretamente, a David Bohm, adepto do determinismo e trajetórias bem definidas. Assim, sustentamos, nessa análise, que aspectos históricos podem, em casos concretos, ter uma relevância para as questões de ensino-aprendizagem, apesar de esta pesquisa não ter um viés preponderantemente histórico.

A internalização da necessidade de um espaço vetorial complexo para descrever estados de spin dos átomos de prata submetidos a um campo magnético não homogêneo em aparatos sequenciais, por sua vez, foi observada para a maioria dos sujeitos de pesquisa, desde o início do bloco 4. Esta internalização teve como pano de fundo o experimento de Stern-Gerlach sequencial esquematizado na Fig. 1. Nele notamos o reaparecimento da componente S_z no último aparato $SG\hat{z}$, o que serviu de mote para provocar o grupo de alunos. A resposta à provocação exigia uma reflexão sobre a conexão entre teoria e experimento.

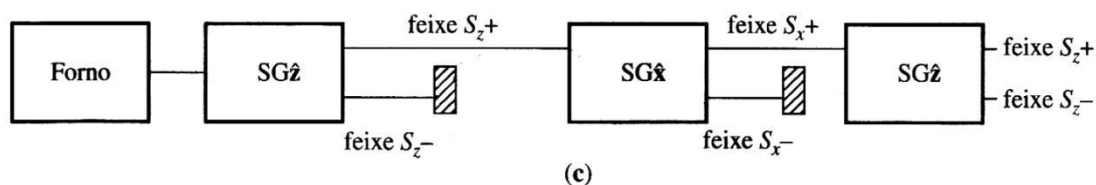


Figura 1: Experimento de Stern-Gerlach sequencial, com três ímãs com orientações diferentes (SAKURAI, 1994, p. 5).

Uma peça chave que esteve presente no argumento desses alunos, na internalização quanto à necessidade do espaço vetorial complexo, é que estados $|S_y;+\rangle$ e $|S_x;+\rangle$ deveriam ser distinguíveis e, para tanto, seria necessário acomodar as combinações lineares dos estados dois a dois. Uma vez que fora escolhido o estado em x para ser escrito na base em z , na forma $|S_x;\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|S_z;+\rangle \pm \frac{1}{\sqrt{2}}|S_z;-\rangle$, tornara-se inevitável a necessidade de introduzir um eixo

imaginário, para dar conta do estado de superposição $|S_y;\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|S_z;+\rangle \pm i\frac{1}{\sqrt{2}}|S_z;-\rangle$.

Em entrevista, Carlos expressa-se a respeito disso, declarando a necessidade de

criar um outro espaço onde eu saio [...] esse real, [...] eu não poderia de jeito nenhum pegar um sistema de eixos ortogonais reais e decompor os dois eixos principais e o terceiro [...] se eu pego meu experimento e coloco ele alinhado com o eixo x, [...] eh, e coloco [...] meu experimento SG do eixo z [...] eu obtenho uma resposta lá: do *up down* e acho que quando faço isso com o eixo y eu também tenho a mesma resposta, então **eu tenho que diferenciar esses dois resultados** considerando, eh, esses eixos não são iguais, então eu só consigo fazer isso adotando o espaço que não é o espaço que a gente trabalha na outra mecânica, não é o espaço real, é o espaço imaginário.

Sobre este assunto, em entrevista, Alexandre declarou: “quando eu coloco o S_y aí o meu espaço já não é suficiente espaço [...] eu tou utilizando [...] apenas números reais ele não vai dar conta dessa questão, vai ficar faltando alguma coisa e eu acho que o espaço vetorial complexo, ele entra justamente pra responder isso, pra mostrar que há possibilidade de haver mais superposição”. Quando perguntado pelo professor-pesquisador sobre qual a relação entre espaço vetorial complexo e “haver mais possibilidades”, o aluno respondeu: “o que me convenceu foi quando colocou a onda polarizada circularmente, que aí eu saía daquele espaço bidimensional em que eu tinha um plano né x e y , um inclinado e decompondo, e fui pra um espaço maior”.

A dificuldade de distinguir entre o espaço R^3 e o espaço de Hilbert, conforme apontado na literatura, mostrou-se superado, conforme mostrou a fala dos alunos, com a compreensão de espaço vetorial complexo necessário para tratar do experimento do Stern-Gerlach é bidimensional complexo, ao passo que o espaço físico é obviamente R^3 .

Em avaliação escrita, os quatro alunos, com exceção de Antônio, calcularam de forma correta as probabilidades de se medirem os possíveis valores dos componentes de spin (descritos pelas matrizes de Pauli), de um sistema físico que no instante zero encontrava-se no estado

$$|\psi\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle$$

normalizado. Embora a maioria dos alunos tenha feito corretamente o

$$\langle \hat{S}_z \rangle_\psi = \langle \psi | \hat{S}_z | \psi \rangle$$

cálculo do valor médio solicitado, fazendo uso adequado do espaço dual e do espaço direto, revelaram, na sua maioria, uma dificuldade inicial grande na internalização deste conceito. Um outro resultado importante é que a operacionalização com o vetor de estado e operadores hermitianos ajudaram a amadurecer a ideia de que o que medimos são os observáveis, e que o vetor de estado representa um certo procedimento experimental e não um observável. A questão é que quando fazemos uma filtragem (uma preparação), a rigor estamos

fazendo uma medição. A ideia, por exemplo, de que filtrar um átomo de prata no estado $|up\rangle_x$

implica medir a componente de spin em x no valor de $+\hbar/2$, foi compreendida pelos alunos. Entretanto, como a representação do operador só veio cronologicamente depois da discussão formal do estado, percebemos, através da observação do dia a dia no curso, que havia uma forma “difusa” dos alunos, em geral, falarem dos dois conceitos, como se “estado” e “operador” tivessem o mesmo significado. Diante do exposto, consideramos essencial que o formalismo quântico ligado às medições seja apresentado aos alunos, mesmo num curso introdutório, como forma de contribuir para a internalização de conceitos quânticos.

Prosseguimos com a análise de partículas individuais de spin 1 passando por um aparelho de Stern-Gerlach, resultando em um sistema de 3 níveis. Para isso, o professor recorreu à montagem experimental idealizada, segundo a notação esquemática de Feynman et al. (2008):

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\beta \alpha N} .$$

(1)

Neste caso, N partículas passam inicialmente pelo canal aberto de SG1, orientado na direção S ; uma fração αN passa pelo canal aberto em SG2, orientado em T ; por fim, uma fração $\beta\alpha N$ passa por SG3, orientado em S' (que é igual a S), pelo mesmo canal aberto do primeiro aparelho. Considere agora uma outra montagem:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (2)$$

Neste caso, N partículas passam inicialmente pelo canal aberto de SG1, orientado na direção S ; todas passam por SG2 orientado em T , pois não há bloqueadores; por fim, nenhuma partícula passa por SG3, orientado em $S'=S$, pois o canal aberto é ortogonal ao inicial.

Como pode ser que, indo de (1) para (2) – abrindo mais canais – deixamos menos átomos passarem? O professor P fala:

P: Eu vou fazer uma conta aqui, eu vou dar uma ideia para vocês (mostra a conta) quer comentar isso aqui? É um trabalho em grupo.

$$\langle 0S | +T \rangle \langle +T | +S \rangle$$

Escreve no quadro:

Colocando-se como alguém mais experiente, o professor tenta intervir na zona de desenvolvimento proximal, e retoma a ideia de vetor de estado como representativa de uma preparação experimental, tal como fizera nos sistemas de dois níveis.

BRUNO: Eu pra escrever aquilo ali de T , não um T sem filtrar nada de ($S+$), primeiro a gente tem que fazer uma filtração e depois multiplica os dois aí.

ALEXANDRE: Tem lógica.

BRUNO: Ele tá fazendo aqui. Vai sair agora! [...]

Referindo-se à etapa quando as partículas passam pelo aparato T com canais abertos (em 3), o professor pergunta:

P: [...] Vocês concordam que aqui há um estado de superposição? [...]

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad (3)$$

BRUNO: Sim.

Carlos, colocando-se como aluno mais capaz, com a ajuda dos colegas, escreve corretamente no quadro:

$$\langle 0S | +T \rangle \langle +T | +S \rangle + \langle 0S | 0T \rangle \langle 0T | +S \rangle + \langle 0S | -T \rangle \langle -T | +S \rangle = 0 \quad (4)$$

O aluno Rafael, sorrindo, passa um papel para o colega Alexandre que olha para o conteúdo do que está escrito. Posteriormente, o professor tem acesso ao conteúdo do que Rafael

$$\alpha = |\langle 0T | + S \rangle|^2 \quad \gamma = |\langle 0S | 0T \rangle|^2 \quad \beta = |\langle + S | 0T \rangle|^2$$

escreveu, corretamente:

ANTONIO: Então, quando um átomo, por exemplo, interage com esse aparato, interage com esse aparato daqui (referindo-se ao aparato S), ele tem estado de superposição que é representado justamente por essas três possibilidades, a superposição é a combinação linear desses três estados possíveis. Depois da interação, há três estados possíveis, no entanto, é feita uma seleção, ou seja, uma filtragem, só é permitida passar a informação desse estado possível aqui, que é o estado $(+S)$,
 \hbar .
seria o +

Conclusão

Pode-se concluir que ocorreu o processo de internalização, ao longo do curso, de conceitos científicos e princípios da teoria quântica do processo de medição, na perspectiva da interpretação da complementaridade, salientando-se que alguns alunos passaram do estágio de aprendizagem potencial para aprendizagem real, compartilhando os mesmos significados que a academia. Para outros alunos, este amadurecimento dos conceitos científicos e princípios físicos foi parcial. O ensino de MQ propriamente dito, na graduação, portanto, mostrou-se viável. Considera-se, contudo, que o ensino de MQ necessita de esforços permanentes para a melhoria do seu ensino-aprendizagem.

Referências

- CARVALHO NETO, R. A. de. **Internalização do significado da teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade**. Tese de doutorado. Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, 2016.
- BAO, L.; REDISH, E.F. Understanding probabilistic interpretations of physical systems: a prerequisite to learning quantum physics. **American Journal of Physics**. V. 70, n. 3, 2002, p. 210-217.
- FEYNMAN, R.P.; LEIGHTON, R.B.; SANDS, M. **Lições de física de Feynman: a edição definitiva**. Vol. III. Porto Alegre: Bookman, 2008.
- FREIRE JR., O. **David Bohm e a controvérsia dos quanta**. Coleção CLE 27. Campinas: Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência - Unicamp, 1999.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.
- PEREIRA, A.P.; OSTERMANN, F. Sobre o ensino de Física moderna e contemporânea: uma revisão da produção acadêmica recente. **Investigações em Ensino de Ciências**. V. 14, 2009, p. 393-420.

PEREIRA, A.; OSTERMANN, F.; CAVALCANTI, C. O ensino de Física Quântica na perspectiva sociocultural: uma análise de um debate entre futuros professores mediado por um interferômetro virtual de Mach-Zehnder. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**. V.8, n. 2, 2009, p. 376-398.

PERES, Asher. What is a state vector? **American Journal of Physics**. V. 52, n. 7, 1984, p. 644-650.

SAKURAI, J.J. **Modern quantum mechanics**. Revised edition. Reading (MA): Addison-Wesley, 1994.

VYGOTSKY, L.S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2010.

ZHU, G.; SINGH, C. Improving students' understanding of quantum mechanics via the Stern-Gerlach experiment. **American Journal of Physics**. V. 79, 2011, p. 499-507.

ZHU, G; SINGH, C. Improving students' understanding of quantum measurement. I. Investigation of difficulties. II. Development of research-based learning tools. **Physical Review Special Topics – Physics Education Research**. V. 8, 2012, artigos 010117 e 010118.