

ENSINO-APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ANALÍTICA: UMA PROPOSTA UTILIZANDO O GPS (SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL) COMO RECURSO DIDÁTICO E FATOR DE MOTIVAÇÃO DA APRENDIZAGEM.

TEACH AND LEARNING OF ANALYTICAL GEOMETRY: A PROPOSAL USING GPS (GLOBAL POSITIONING SYSTEM) AS DIDACTIC RESOURCE AND FACTOR OF MOTIVATION OF THE LEARNING.

Nilra Jane Filgueira Bezerra¹
Luiz Sílvio Scartazzini²

¹Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA – Canoas/ Professora das Faculdades Cathedral e FESUR-RR, nilrajane@yahoo.com.br.

²Dr. em Engenharia, Professor da ULBRA – Canoas, lsscarta@yahoo.com.br

Resumo

É apresentada uma proposta alternativa para o Ensino-aprendizagem da Geometria Analítica, utilizando o GPS (Sistema de Posicionamento Global) como recurso didático e fator de motivação. A utilização deste instrumento permite explorar temas como: coordenadas cartesianas no plano, equação da reta, teorema angular, distância de ponto a reta, determinação de áreas das figuras planas irregulares entre outros tópicos da Geometria Analítica. O objetivo desta estratégia é demonstrar a aplicabilidade dos conteúdos da geometria Analítica e fornecer ao professor mecanismos para motivar e facilitar a aprendizagem em sala de aula.

Palavras-chave: GPS, Geometria Analítica, Ensino-aprendizagem, Aprendizagem Significativa.

Abstract

In this work we introduce an alternative proposal to teach and learning analytical geometry using GPS devices as didactical recourse and motivation. The use of this device possibilite us to explore subjects like scales conversion, Cartesian plane, angular theorem, distance between points, planes and straight lines, areas, etc. We also pretend demonstrate the applicability of the analytic geometry and to supply the teachers with strategies that generates motivations and make learning ease in their classes.

Key words: GPS, analytic geometry, teaching and learning, meaningful learning.

APRESENTAÇÃO

O ensino da matemática apresenta-se, hoje, como um caminho rico em desafios. As propostas de ensino atualmente já não respondem às exigências dos estudantes. Na área da geometria, esses desafios tornam-se ainda maiores, uma vez que, na Educação Básica, geralmente seus conteúdos ficam no final do programa de cada série e acabam sendo esquecidos. Nos últimos anos, novas propostas pedagógicas e reformulações curriculares se fazem presentes nos meios escolares, e os responsáveis pelo ensino têm se mostrado sensíveis a elas, apesar das dificuldades e habituais resistências.

Além dessa problemática há um outro fator que influencia negativamente na aprendizagem: a falta de interesse e de motivação pelas aulas. É muito comum encontrarmos em sala de aula alunos sem nenhuma motivação, apáticos, com atenção aparentemente voltada para aspectos que não possuem nenhum relacionamento com os conteúdos ali abordados. O problema da falta de motivação representa um dos grandes desafios à eficácia do ensino, comentam Guimarães e Boruchovitch (2005).

Diante desse contexto, é que o professor deve mostrar-se dinâmico na busca de alternativas de ensino que traduza uma aprendizagem significativa de modo a despertar o interesse e a motivação do aluno. Para Ausubel, “aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo”. (MOREIRA e MASINI, 1982). Esse tipo de aprendizagem contrasta com a aprendizagem mecânica, que ele define como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma associação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. (MOREIRA e MASINI, 1982).

Uma das maiores causas da insatisfação e desmotivação dos alunos em sala de aula, nas atividades que envolvem a geometria, é a metodologia utilizada. Os conteúdos são abordados de forma mecânica, descontextualizados, completamente desconectados de todos os assuntos que o aluno aprendeu antes.

Considerando que a aprendizagem significativa deva ser preferida em relação à aprendizagem mecânica, é que apresentamos, neste trabalho, uma proposta alternativa para o ensino-aprendizagem da geometria analítica, utilizando o GPS como recurso didático e fator de motivação. O principal objetivo desta proposta é demonstrar a aplicabilidade dos conteúdos da geometria analítica e fornecer ao professor mecanismos para motivar e facilitar a aprendizagem em sala de aula.

Além disso, deve-se fazer uma análise crítica dos conteúdos a serem abordados, levando em consideração não somente os programas pré-determinados em livros ou propostas curriculares, que muitas vezes não são muito adequados para facilitar a interação com o conhecimento prévio do aluno. Moreira, 1999 salienta que: “De nada adianta o conteúdo ter boa organização lógica, cronológica ou epistemológica, e não ser psicologicamente aprendível.”

Dentro da concepção ausubeliana, no que se refere à estrutura cognitiva do aluno é indispensável que haja os subsunçores, que possam servir de ancoragem para o novo conteúdo a ser aprendido. Caso não existam esses subsunçores, a estratégia defendida por Ausubel para manipular a estrutura cognitiva é a utilização de *organizadores prévios* (Moreira, 1999): materiais introdutórios apresentados antes do material a ser aprendido em si, em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade. A função desses organizadores, segundo o próprio Ausubel é:

Em resumo, a principal função do organizador está em preencher o hiato entre aquilo que o aprendiz já conhece e o que precisa conhecer antes de poder aprender significativamente a tarefa com que se defronta. (AUSUBEL, 1980, p. 144).

Assim, em nossa proposta, trabalhamos os conteúdos da geometria analítica, utilizando o GPS como recurso pedagógico, formulado em termos familiares ao aluno, começando por conceitos que seguramente são conhecidos por ele, para então partir a novos, de ordem mais alta na hierarquia e configurar uma nova organização dos conteúdos.

Sem pretensões de estabelecer abordagens ideais para a sala de aula em geometria analítica, nosso propósito é de indicar que certas posturas e procedimentos pedagógicos do professor contribuem mais que outras para que uma aprendizagem efetiva se realize.

GPS: CONCEITOS, APLICAÇÕES E FORMA DE ACESSO NUMA ESCOLA PÚBLICA.

O GPS foi concebido inicialmente para contornar limitações relativas à navegação. Segundo Bolfe e Vasco (2005), ele foi projetado de forma que em qualquer lugar do mundo e a qualquer momento existam, no mínimo, quatro satélites acima do plano do observador que lhe possam fornecer informações a respeito da localização, ou seja, é possível localizar qualquer ponto por meio de suas coordenadas.

O advento do GPS revolucionou as técnicas de posicionamento levando o cidadão comum a utilizá-las das formas mais variadas. Muitas áreas já têm o GPS inserido nas suas atividades. Dos grandes trabalhos científicos aos momentos de lazer esta ferramenta está cada vez mais presente (Bolfe e Vasco, 2005).

As aplicações crescem a cada dia, por isso, Bolfe e Vasco dizem não ser exagero chegar o dia em que nossos relógios de pulso, além da hora, nos apresentarão coordenadas através do GPS.

Atualmente o GPS é um instrumento apresentado em tamanho pequeno, no formato de um celular, que pode ser levado em um bolso. O seu acesso numa escola pública é perfeitamente viável, seu custo é relativamente baixo e existem programas dos governos Municipal, Estadual e Federal destinados a suprir as escolas com equipamentos que visem à melhoria do processo ensino-aprendizagem. Desta forma, o GPS pode fazer parte da relação desses equipamentos, assim como é o retro-projetor, o data show, a televisão, o computador etc.

PROCEDIMENTOS PARA UTILIZAÇÃO DO GPS NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA

Inicialmente deve-se familiarizar o aluno com o GPS, apresentando seu conceito, suas aplicações, e a forma como será utilizado nas aulas.

O segundo passo seria a “aula de campo”, aonde o aluno irá para fora de sala de aula e com o auxílio do GPS, localizará pontos aleatórios, formando figuras irregulares. Esses pontos, obtidos com o GPS, possuem coordenadas x e y georeferenciadas em coordenadas UTM (Unidade Transversa de Mercator), expressos em metros, por valores muito altos, dependendo da posição geográfica em que se está realizando a atividade. Portanto, têm-se a necessidade de reduzir esses valores, e isto é tarefa muito simples: basta subtrair de todas as abscissas o menor valor de “ x ” encontrado, procedendo da mesma forma para as ordenadas. Isso irá facilitar a localização dos pontos no plano cartesiano.

A partir daí, será realizado um levantamento dos conceitos de geometria que o aluno já possui, que será necessário para a ancoragem dos novos conceitos da geometria analítica. Na seqüência vem o desenvolvimento dos novos conteúdos, organizados de modo a levar em conta aquilo que o aluno já sabe, visando aproximar-se da organização ausubeliana, partindo sempre pelos pontos aleatórios obtidos em campo, mostrando a associação da teoria com a prática.

Os temas abordados serão: Coordenadas cartesianas no plano, equação da reta, teorema angular, distância de ponto a reta, determinação da área de figuras planas, entre outros. Ao serem abordados, esses temas não estarão necessariamente nesta ordem. Inicia-se com uma discussão geral da geometria, a partir dos pontos localizados com o GPS e situa-se os conteúdos de acordo com certos princípios da teoria de Ausubel, do geral para o particular.

A diferença dessa abordagem em relação à convencional é que nela todos os conceitos-chaves são introduzidos a partir de aplicações práticas. A presente proposta é de que o aluno construa os conceitos novos a partir de outros que já possui. O professor deve fazer com que seus alunos adquiram os conceitos mais importantes da geometria analítica, a fim de desenvolver idéias que lhes permitam apreciar e entender o que estão estudando.

MODELO APLICATIVO DA PROPOSTA

Este tópico visa descrever passo a passo os procedimentos adotados no cálculo da área de uma superfície plana utilizando o método proposto.

Com o GPS percorre-se o entorno da área a ser medida, localizando os vértices do polígono. Na presente atividade, as coordenadas dos pontos tomados foram:

$$P_1 = (484.702, 6.693.878);$$

$$P_2 = (485.219, 6.693.854);$$

$$P_3 = (485.203, 6.693.633);$$

$$P_4 = (485.103, 6.693.416);$$

$$P_5 = (484.448, 6.693.448);$$

$$P_6 = (484.317, 6.693.524);$$

$$P_7 = (484.305, 6.693.727);$$

$$P_8 = (484.248, 6.693.754) \text{ e}$$

$$P_9 = (484.262, 6.693.900).$$

Estes pontos correspondem a coordenadas UTM localizadas em Canoas-RS e a proposta é a determinação da área do polígono formado pelos pontos. Logo, desconsidera-se a localização geográfica e reduz-se os pontos ao menor eixo, através da subtração de cada abscissa e de cada ordenada pelo menor valor correspondente localizado. Destes pontos, aquele que apresentou a menor abscissa é o P_8 e a menor ordenada é o P_4 . Portanto, fazendo a redução dos valores, para facilitar os cálculos como explicado no tópico anterior, obtemos os pontos reduzidos aos eixos:

$$P_1 = (545, 462);$$

$$P_2 = (971, 438);$$

$$P_3 = (954, 217);$$

$$P_4 = (855, 0);$$

$$P_5 = (200, 32);$$

$$P_6 = (69, 108);$$

$$P_7 = (57, 311);$$

$$P_8 = (0, 338) \text{ e}$$

$$P_9 = (14, 484).$$

Estes pontos são lançados no plano cartesiano. Sendo os maiores valores das abscissas e das ordenadas 971 metros e 484 metros, respectivamente, a escala gráfica de 1 para 100 é uma boa escolha. A Figura 1 mostra a localização dos pontos no plano cartesiano.

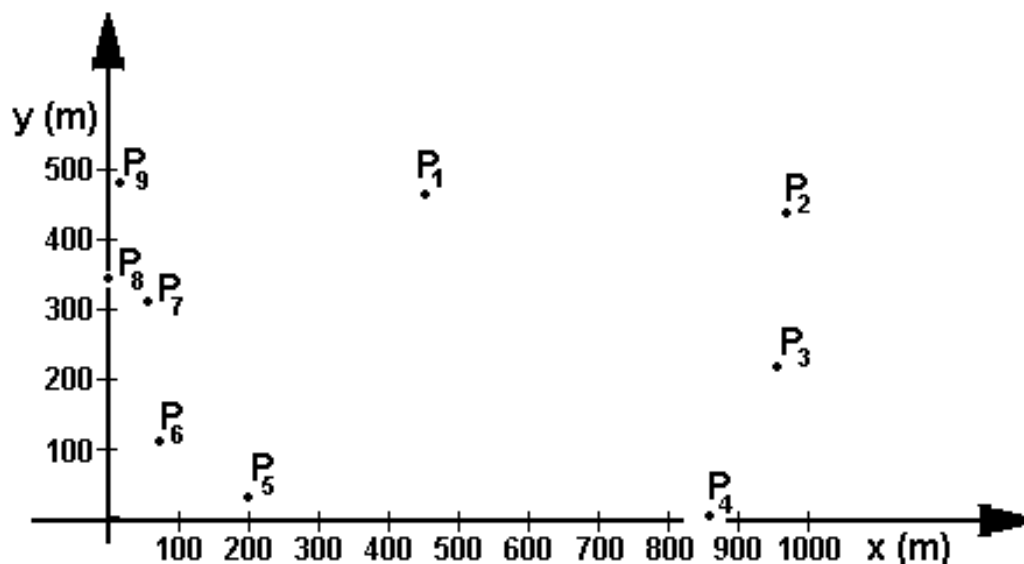


Figura 1 - Localização dos pontos no plano cartesiano.

Os pontos ao serem unidos, descrevem a figura de um polígono irregular. O cálculo da área desta superfície pode ser realizado com a divisão da figura em sete triângulos, obtendo-se o cálculo da área de cada um. A Figura 2 apresenta o polígono formado pelos pontos, separados em sete triângulos.

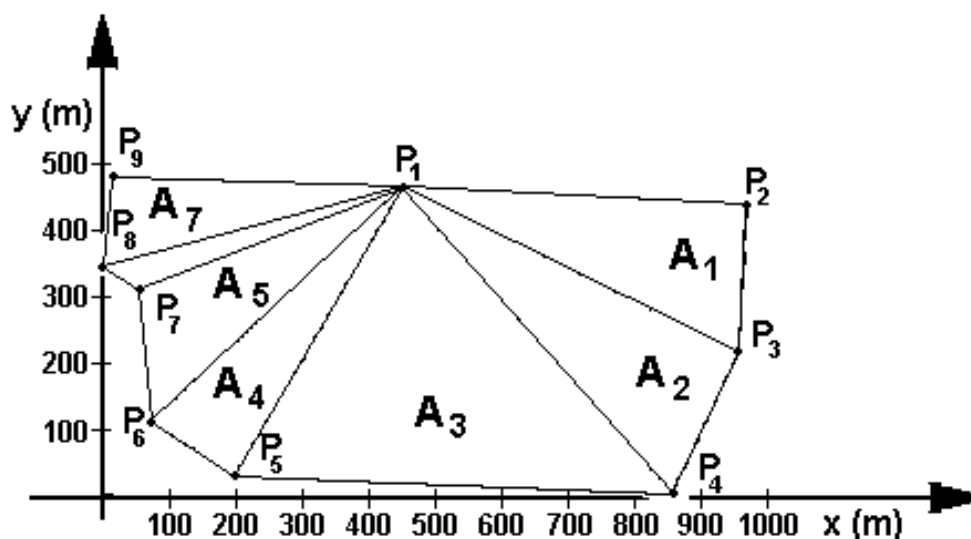


Figura 2 - Divisão do polígono em triângulos para cálculo individual das áreas

O conceito de área de triângulos é conhecido dos alunos e a fórmula para obtenção deste valor é discutida na geometria plana.

$$A_T = \frac{1}{2} (b \cdot H) \quad (1)$$

Onde A_T é a área do triângulo;
 b é a base do triângulo;
 H é a altura do triângulo.

A Figura 3 apresenta a fração do polígono que mostra o triângulo formado pelos pontos P_1 , P_2 e P_3 .

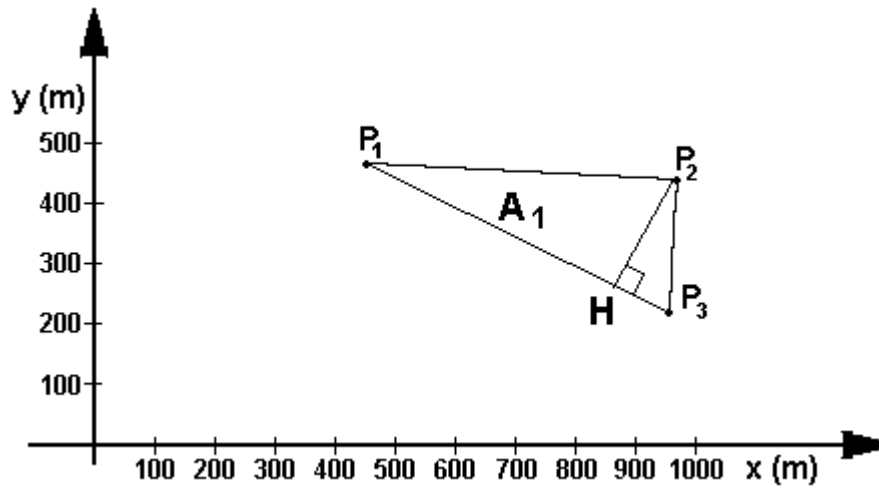


Figura 3 - Fração da área do polígono formada pelos pontos P₁, P₂ e P₃.

A base do triângulo da Figura 1 é a distância entre os pontos P₁ e P₃, dada pela equação:

$$b = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} \quad (2)$$

Onde x₁ e x₃ são, respectivamente, as abscissas dos pontos P₁ e P₃, e y₁ e y₃ são as ordenadas dos pontos P₁ e P₃.

Aplicando a equação (2) às coordenadas dos pontos P₁ e P₃, obtemos:

$$b = \sqrt{(954 - 454)^2 + (217 - 462)^2} = \sqrt{310.025} = 556,8m.$$

A altura **H** é a menor distância do ponto P₂ até a reta que passa pelos pontos P₁ e P₃. A equação geral da reta P₁P₃ é dada pela matriz de determinante zero, que utiliza os pontos correspondentes, dada pela equação:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & x_3 & 1 \\ y_1 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

Aplicando a equação (3) aos P₁ e P₃ obtemos a equação da reta dada por:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 454 & 462 & 1 \\ 954 & 217 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 245x + 500y - 342.230 = 0.$$

A distância do ponto P₂ à reta P₁P₃ é a altura do triângulo da figura 3 e é dada por:

$$H = \frac{|ax_2 + by_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (4)$$

Onde x₂ e y₂ são as coordenadas do ponto P₂ e a, b e c são os coeficientes da reta P₁P₃.

Aplicando a equação (4) aos valores anteriores obtemos:

$$H = \left| \frac{245 \cdot 971 + 500 \cdot 438 - 342.230}{\sqrt{245^2 + 500^2}} \right| = \left| \frac{114.665}{556,8} \right| = 205,9 \text{ m}$$

Aplicando estes dados à equação (1) obtemos a área do triângulo $A_1 = \frac{1}{2} \cdot 556,8 \times 205,9 = 57.322,5 \text{ m}^2$.

Analogamente, procedendo para o cálculo dos triângulos A_2, A_3, \dots, A_7 , obtemos, respectivamente, os seguintes resultados:

$$A_2 = 66.377,5 \text{ m}^2;$$

$$A_3 = 144.889 \text{ m}^2;$$

$$A_4 = 37.817 \text{ m}^2;$$

$$A_5 = 41.201,5 \text{ m}^2;$$

$$A_6 = 9.663 \text{ m}^2 \text{ e}$$

$$A_7 = 32.327 \text{ m}^2.$$

Assim, somando as áreas de todos os triângulos, obtemos a área da superfície do polígono formado pelos pontos localizados com o GPS. A área total desta superfície mede $389.597,5 \text{ m}^2$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta apresentada desenvolve um ensino apoiado numa metodologia diferenciada da tradicional, que busca envolver o aluno em atividades práticas relacionadas com o saber escolar, partindo de conceitos e idéias já anteriormente concebidas pelo aluno, que serve de âncora para o novo conhecimento. A aplicação desta proposta de ensino para a geometria analítica visa despertar no aluno a motivação, possibilitando-lhe a aquisição da aprendizagem significativa e mostrando-lhe a aplicabilidade deste conteúdo.

Desta forma, realizamos uma atividade prática para o cálculo da área de uma superfície, utilizando conceitos da geometria analítica, partindo de definições já conhecidas pelos alunos na geometria plana, que serviram de ancoragem para os novos conhecimentos e utilizando o GPS como motivador para a atividade, visando deixar o aluno predisposto a aprender.

A abordagem dos conteúdos de geometria analítica apresentada nesta forma pode contribuir para a formação geral de cada aluno, optando, o professor, por uma estratégia diferente da convencional, a qual demonstra os conteúdos como produtos prontos e acabados, transmitidos de forma unicamente expositiva, reduzindo os alunos a meros espectadores.

A associação do conhecimento com a atividade prática gera maior participação do aluno no contexto da classe, oportunizando a construção do próprio conhecimento, de forma mais ativa, crítica, de modo a poder relacionar cada conhecimento adquirido, com a aplicabilidade de uso em sua vida.

Atualmente nosso ensino ainda é fortemente marcado por métodos tradicionais, porém observa-se um número significativo de professores que buscam alternativas inovadoras de ensino. Pretendemos com nossa proposta contribuir positivamente com essa estatística.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. *Psicologia Educacional*. 2. Ed. Rio de Janeiro. Editora Interamericana Ltda, 1980.

BOLFE, Édson Luis; VASCO, Luciano Suaid Tomazi. *Aplicações de GPS – Sistema de Posicionamento Global*. Disponível em <http://www.clubedofazendeiro.com.br-cienciaepesquisaartigostecnicos> Acesso em junho de 2005.

BONGIOVANNI/ VISSOTO/ LAUREANO. *Matemática e Vida. 2º Grau. Volume 3.* São Paulo: Ática, 1993.

GUIMARÃES, Sueli Édi Rufino; BORUCHOVITCH, Evely. *A motivação dos estudantes: podemos vencer esse desafio?* Paraná. Disponível em:
<http://www.pedagobrasil.com.br/psicologia/amotivacao.htm> Acesso em 17 jun. 2005.

IEZZI, Gelson. *Fundamentos de Matemática Elementar (Geometria Analítica).* – São Paulo: Atual, 1985.

Introdução e conceitos sobre GPS. Disponível em
http://www.spg.com.br/informacoes/normas_gps.htm Acesso em 10 maio de 2005.

MACEDO, Lino de. *Ensaio Construtivistas.* São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

MOREIRA, Marco A.; MASINI, Elcie F. Salzano. *Aprendizagem significativa. A teoria de David Ausubel.* São Paulo: Moraes, 1982.

MOREIRA, Marco Antônio. *Teorias de Aprendizagem.* – São Paulo: EPU, 1999.

Motivação: Fator de Enriquecimento da aprendizagem. Disponível em
<http://www.serprofessoruniversitario.pro.br/ler.asp?> Acesso em 17 jun. 2005.

NEVES, Edna Rosa Correia; BORUCHOVITCH, Evely. *A motivação de alunos no contexto da progressão continuada.* Campinas. Disponível em
http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0102_37722004000100010&script=sci_aetext&tlng=pt
Acesso em 17 jun. 2005.

O Sistema GPS. GPS Global – Artigos: ITA. Disponível em
<http://www.gpsglobal.com.br/artigos/ita12ahtml> Acesso em maio de 2005.

PANAVELLO, Regina M. *O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.* Zetetiké. Campinas, SP. Ano I – n. 1, p. 7 – 17, 1993.