

ATIVIDADES CURTAS MULTI-ABORDAGEM NO ENSINO MÉDIO:

INTRODUZINDO O CONCEITO DE FRACTAL

Priscila Schmidt Coelho e Nelson Fiedler-Ferrara
Departamento de Física Experimental – Instituto de Física – USP
São Paulo – CEP 05508-900

RESUMO

Neste trabalho descrevem-se a construção didática e as intervenções em sala de aula para a introdução do conceito de fractal no Ensino Médio do Colégio São Mauro (São Paulo). Buscou-se a complexificação do conhecimento cotidiano dos alunos através de uma abordagem multidisciplinar, em atividades curtas, e segundo os ciclos ou etapas da aprendizagem de Lawson. As atividades foram desenvolvidas em diversos âmbitos disciplinares, nas aulas de física, inglês, francês, educação artística, química e redação, com a participação dos professores dessas disciplinas, constituindo um exemplo positivo de atividade cooperativa entre diferentes disciplinas curriculares.

Palavras-chave: Ensino Médio, fractal, ciclos de aprendizagem, multidisciplinaridade.

ABSTRACT

This study describes the didactic elaboration and the classroom interventions that were made in order to introduce the concept of fractals in high school at the Colégio São Mauro, in São Paulo. The complexification of the students' daily knowledge was sought by means of a multidisciplinary approach, with short activities, and according to Lawson's cycles or stages of learning. The activities were developed in various courses: Physics, Foreign Languages, Arts, Chemistry, and Writing, together with each of these courses' teachers, so that it became a positive example of cooperation between different disciplines.

Keywords: High school, fractals, learning cycles, multidisciplinary.

INTRODUÇÃO

Apresentamos neste trabalho o modo como introduzimos o conceito de fractal no Ensino Médio, por meio de atividades curtas e abordagem multidisciplinar.

O conceito de fractal foi escolhido por ter uma beleza estética intrínseca, ser incomparável pelas suas imagens gráficas (Peitgen & Richter, 1986) e estar presente em estruturas naturais (corpo humano, vegetais, cristais etc.) (Goldberger, 1990; Jurgens, Peitgen & Saupe, 1993). É um conceito utilizado na física contemporânea, está presente em diversas áreas do conhecimento científico e participa de novas tecnologias indispensáveis na atualidade. Assim, o conceito de fractal desperta a curiosidade dos alunos, estimula a “dimensão emocional” (Saad, 2005), e está relacionado com a complexidade do cotidiano.

A abordagem por atividades curtas, além de proporcionar aulas dinâmicas e envolventes que atraem a atenção dos alunos, permite que temas de ciência contemporânea possam ser abordados sem necessidade de alterar os currículos usuais da escola. Nas atividades curtas que organizamos para tratar o conceito de fractal, utilizamos uma abordagem multidisciplinar, com aplicações em física, arte, matemática, biologia, geografia, química, português, inglês, francês.

As diversas tendências atuais no que toca à metodologia do ensino de ciências têm em comum um grande interesse em que os alunos adquiram uma cultura científica efetiva, além de uma crescente preocupação em relacionar os saberes explorados em sala de aula com o cotidiano dos alunos (Brasil, 1999). Ora, abordando um tópico como fractais no Ensino Médio colabora-se para a adequação, dos conteúdos de física e das demais disciplinas consideradas neste trabalho, aos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Com efeito, o conceito de fractal está presente no dia-a-dia dos alunos. É necessário que eles se dêem conta disso para identificarem-no por toda parte, de modo a incorporarem esse conhecimento no cabedal de cultura científica que terão pela vida inteira. Não obstante ter surgido na matemática, a teoria dos fractais participa de maneira importante em física, sobretudo na teoria do caos (Fiedler-Ferrara & Prado, 1994), mais especificamente nos sistemas dinâmicos (Cannas et al, 1992). Com efeito, há vários elementos da vida cotidiana que são descritos por sistemas não-lineares fractais, tais como o ritmo dos batimentos cardíacos, os modelos fractais na economia e na informática, as formas fractais encontradas na natureza, a arte fractal, dentre outros.

Por outro lado, a física contemporânea é muito importante para a formação do cidadão; com efeito, segundo Terrazzan (1992, p. 210):

“a influência crescente dos conteúdos de Física Moderna e Contemporânea para o entendimento do mundo criado pelo homem atual, bem como a inserção consciente, participativa e modificadora do cidadão neste mesmo mundo, define, por si só, a necessidade de debatermos e estabelecermos as formas de abordar tais conteúdos na escola de 2º grau [isto é, Ensino Médio]”.

Isso justifica a elaboração e aplicação de atividades de ensino de ciência contemporânea, no Ensino Médio, sendo o conceito de fractais excelente, como vimos, para tais atividades.

METODOLOGIA

Nas intervenções em sala de aula foi adotada, relativamente à construção do conhecimento escolar, a hipótese de integração-enriquecimento do conhecimento cotidiano a partir do conhecimento científico, seguindo Garcia (1998). Busca-se construir, assim, um conhecimento cotidiano complexificado.

Elaboramos as atividades utilizando as etapas da aprendizagem aplicadas ao ensino de ciências (Lawson, 2001), que podem ser divididas em três: (1) exploração; (2) introdução de

conceito, termos ou elementos novos; e (3) aplicação desses a uma situação ainda não explorada pelos alunos.

Para a introdução do conceito de fractal nas aulas do Ensino Médio, fez-se uma pesquisa de artigos científicos e livros sobre o tema (Mandelbrot, 1982; Goldberger, 1990; Mehaute, 1987) que facilitassem a transposição didática. Esta teve por objetivo adequar o conceito de fractal a uma linguagem compatível com o conteúdo de Nível Médio e próxima ao cotidiano dos alunos. Isso resultou em um texto-base que foi entregue aos alunos após as atividades e outros materiais didáticos complementares usados nas intervenções (Schmidt, 2004), que serão descritos mais à frente.

O CONCEITO DE FRACTAL

Segundo Mandelbrot (1982, p. 1), a geometria fractal é a geometria que melhor descreve a natureza, pois *“as nuvens não são esferas, as montanhas não são cones, as linhas costeiras não são círculos”... “a casca das árvores não é um plano”*. E isso decorre da irregularidade das superfícies naturais. Essa *“irregularidade é fragmentada”* e possui *“diferentes níveis de complexidade”*. Os objetos fractais mantêm a sua irregularidade idêntica em todas as escalas, por isso são objetos com auto-similaridade em sua estrutura.

Os fractais não são somente um exemplo de estrutura matemática, mas estão envolvidos com os critérios das forças de organização, de explicação e de predição das estruturas (Mandelbrot, 1982, p. 3) e, na maioria das vezes, são sistemas com uma dinâmica não-linear.

Além disso, segundo Peitgen & Richter (1986, p. VI):

“O conceito matemático de fractal caracteriza objetos em várias escalas, tanto grandes quanto pequenas, refletindo assim um princípio hierárquico de organização. Envolvida nisso há uma idéia importante: objetos fractais são auto-similares, isto é, eles não mudam significativamente sua aparência quando vistos por um microscópio de poder de magnitude arbitrário”.

Acrescente-se ainda, com Jürgens, Saupe & Peitgen (1992, p. 20), que:

“A complexidade das estruturas é um resultado de processos interconfigurados”.

O conceito de dimensão fractal pode ser visto também em Fiedler-Ferrara & Prado (1994, p. 254): seja um conjunto de pontos A num espaço de dimensão p. Recubra-se esses pontos com hiper-cubos de lado ϵ . Define-se dimensão de Hausdorff-Besecovitch ou dimensão fractal como

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \log N(\epsilon) / \log(1/\epsilon), \quad (28)$$

onde $N(\epsilon)$ é o número mínimo de hiper-cubos (caixas) de lado ϵ necessário para cobrir todo o conjunto de pontos A, ou seja, $N(\epsilon)$ varia segundo ϵ^{-D} para $\epsilon \rightarrow 0$. A definição (28) recupera o conceito euclidiano de dimensão inteira nos usuais e permite a sua generalização para conjuntos mais complexos.

INTERVENÇÕES EM SALA DE AULA

A descrição das intervenções em sala de aula fornecerá um panorama geral de como foram elaboradas as atividades curtas em abordagem multidisciplinar explorando o conceito de fractais. Detalhes do planejamento e das intervenções podem ser encontrados na monografia de fim de curso, *Atividades curtas multi-abordagem no Ensino Médio: introduzindo o conceito de fractal* (Schmidt, 2004).

As quatro primeiras intervenções foram filmadas pela professora de redação, sendo ministradas em uma sala única, com a presença das três séries do Ensino Médio juntas. As

demais intervenções foram filmadas pela professora de física, sendo ministradas em uma sala por turma, havendo repetição da mesma intervenção para salas diferentes.

A escola e os alunos

O Colégio São Mauro é uma escola situada em um bairro de classe média da cidade de São Paulo. Suas dependências são provisórias, tratando-se de uma casa que foi adaptada para sediar a escola, enquanto o prédio no qual ela ficará definitivamente está em construção. Por isso, as salas são pequenas e diferentes umas das outras.

As séries possuem de 6 a 20 alunos por sala. Em 2004, no Ensino Médio, o primeiro ano tinha 9 alunos, o segundo 9 alunos e o terceiro ano 6 alunos.

Os alunos pertencem, em sua maioria, à classe média, possuem um conhecimento escolar bom e tem um bom nível cultural. Diferentemente da maioria das escolas, o São Mauro tem em seu currículo aulas de latim e francês, sendo o francês ministrado desde a Educação Infantil e o latim a partir da quinta série do Ensino Fundamental. Os alunos que entram em séries posteriores participam do chamado “rodízio de línguas”, que proporciona a eles a oportunidade de frequentar as aulas de francês e latim em outras séries compatíveis com seus conhecimentos, resultando em um melhor aproveitamento.

Questionário Prévio

O questionário prévio foi aplicado numa aula de física na qual a pesquisadora atuou como professora. Essa aula foi uma revisão sobre sistemas dinâmicos, que os alunos haviam estudado no segundo bimestre do primeiro ano. Era importante essa revisão pois esse conceito seria abordado na intervenção seguinte, ao estudarmos os batimentos cardíacos como um sistema dinâmico.

O questionário prévio teve por objetivo verificar o quanto os alunos conheciam sobre os conteúdos a serem apresentados, de maneira a auxiliar na seleção e organização do material para as atividades. Ele foi aplicado nas três séries do Ensino Médio, que têm um total de 24 alunos.

As questões foram as seguintes: 1) Você conhece ou já ouviu falar do termo ‘fractal’? Explique o que você sabe; 2) A geometria euclidiana é aquela que estuda as figuras regulares. Escreva três exemplos de figuras geométricas euclidianas; 3) Escreva um exemplo de sistema dinâmico; 4) a questão propôs exercícios sobre logaritmos; 5) O que é uma regra?; 6) Uma função pode ser uma regra?; 7) O que é um sistema linear? Exemplifique; 8) O que é um sistema não-linear? Exemplifique; 9) Uma planta, uma nuvem, um raio, as trajetórias das gotas de chuva, a casca de uma árvore podem ser descritos pela geometria euclidiana? Por quê?

As respostas dos alunos revelaram-nos que eles tinham um bom conhecimento do assunto abordado nas questões. Fizemos uma análise mais detalhada das respostas à questão 9, pois eram estas que nos indicariam qual era a concepção prévia que os alunos tinham da geometria da natureza. Os dois tipos de resposta mais significativos foram os seguintes, citando dois alunos:

“Não. Porque a geometria euclidiana se presta a figuras regulares, coisa que nem a planta, nem a nuvem, nem a casca de árvore são”.

“Sim. Porque tudo que vemos, todos os objetos podem ser decompostos em formas geométricas e podem ser formados. Como por exemplo uma gota, ela é a junção de uma circunferência e um triângulo em cima”.

Esse segundo aluno apresenta o conceito da fragmentação em formas regulares, que esteve presente em seis respostas, ou seja, em 25% delas. O conceito de fractal traz em si esse conceito de fragmentação, mas não necessariamente em formas regulares. Contudo, é visto nos exemplos dos alunos que eles não estavam falando da mesma fragmentação. Na geometria fractal, a fragmentação tem a característica de auto-similaridade, que decorre da mesma regra de formação em cada fragmento, e essa regra é não-linear. Assim, os fragmentos não são necessariamente regulares, por exemplo, a samambaia rendada. Por outro lado, a fragmentação

usada pelos alunos não tinha essas características, pois eles usaram uma montagem com formas geométricas regulares e diferentes para descrever o objeto.

Esse tipo de pensamento está presente também em outros domínios, como se vê, por exemplo, na arte abstrata, com pinturas de objetos naturais geometrizados, em que uma maçã é um círculo, com um triângulo em cima imitando uma folha. Tais simplificações estão presentes nos livros didáticos de física, por exemplo, ao tratarem sistemas reais como ideais.

Intervenções na aula de física

As quatro primeiras intervenções foram aplicadas na aula de física.

A tabela a seguir mostra a organização das atividades em ordem cronológica, com os dados seguintes referentes a cada intervenção: professora atuante, disciplina, conteúdo, duração, série trabalhada e etapas de aprendizagem de Lawson presentes em cada caso.

Tabela 1.

Intervenções	Professora	disciplina	Conteúdo	Tempo	série	etapas(*)
-	P. S. C.	-	Questionário Prévio e revisão de sistema dinâmico	90 minutos	1 ^a , 2 ^a , 3 ^a	-
Primeira	P. S. C.	física	Apresentação de sistema dinâmico fractal, exemplos de auto-similaridade, histórico	45 minutos	1 ^a , 2 ^a , 3 ^a	1
Segunda	P. S. C.	física	Iterações fractais com aplicativo e arte fractal	45 minutos	1 ^a , 2 ^a , 3 ^a	2
Terceira	P. S. C.	física	Medição do comprimento de uma costa, conceito de sistemas lineares e não-lineares	45 minutos	1 ^a , 2 ^a , 3 ^a	1, 2
Quarta	P. S. C.	física	Dimensão fractal e questionário de avaliação	45 minutos	1 ^a , 2 ^a , 3 ^a	1, 2, 3
Quinta	E. P. M.	inglês	Leitura de texto e questionário	90 minutos	2 ^a , 3 ^a	2, 3
Sexta	L. O. Z.	francês	Leitura de texto e questionário	90 minutos	1 ^a	2
Sétima	G.D.Q.	artes	Construção de objetos e figuras fractais, medida da dimensão fractal.	90 minutos	1 ^a , 2 ^a	2, 3
Oitava	K. M. S. R.	química	Eletrodeposição de metais	45 minutos	1 ^a , 2 ^a	2
Nona	L. S.	redação	Vídeo e redação	90 minutos	1 ^a , 2 ^a	2, 3
-	P. S. C.	-	Questionário de avaliação final	em casa	1 ^a , 2 ^a	

* (1) exploração; (2) introdução de termos; (3) aplicação de conceito.

Na primeira intervenção, foi utilizado o ritmo cardíaco como foco central do trabalho. De acordo com Goldberger (1990), um coração sadio pulsa em ritmo fractal, enquanto que um batimento cardíaco regular é sintoma de doença cardíaca. Durante a aula foram mostradas imagens de ultrassom, sons de um coração e seus gráficos. Tudo isso foi analisado como um sistema dinâmico fractal sob a característica de dinâmica auto-similar.

Em seqüência, foram apresentadas transparências com exemplos de fractais encontrados na fisiologia humana (Goldberger, 1990) e em plantas (Dewdney, 1989), aplicados em economia (Mandelbrot, 1999), na indústria (Conci, Proença & Segenreich, 2004) e em geologia (Costa,

Fonseca & Silva, 2001), seguindo-se um breve desenvolvimento histórico do tema (Mandelbrot, 1982).

Nessa mesma aula, uma folha de samambaia rendada, que é um objeto fractal, circulou entre os alunos. Foi surpreendente a reação deles quando aquela planta tão corriqueira lhes proporcionou uma interessante descoberta, à medida que, conhecendo agora as características dos fractais, viram um objeto do cotidiano mostrar sua complexidade.

Diante da variedade de exemplos cotidianos de aplicação dos fractais, os alunos demonstraram interesse e participaram com comentários e perguntas, comprovando que tais exemplos foram significativos para eles, tanto que em algumas vezes as características dos fractais emergiram de forma “natural”, por exemplo:

“...eles não têm uma regra de formação?”

“...como, na árvore, um galho se parece com a copa.”

Na segunda intervenção, os alunos fizeram iterações de figuras fractais em aplicativos JAVA (Lanius, 2002, e Devaney, 2002) e viram desenhos de arte fractal (David et al, 2004). Nessa parte da aula os alunos identificaram as partes auto-similares dos desenhos e explicaram suas descobertas à professora de redação, que realizava a filmagem.

Em seqüência, os alunos fizeram uma atividade de medição do comprimento de uma costa, que é um objeto fractal (Mehaute, 1987). Essa atividade consistiu em preencher a costa da América do Sul, mapa político, com régua de papel de diferentes tamanhos. Nesse momento houve um envolvimento ainda maior dos alunos, pois uma aluna foi voluntária para fazer as medidas e a turma inteira colaborou. Os alunos chegaram até a aplicar o conceito de limite, não trabalhado no conteúdo das aulas.

Na intervenção seguinte, foi feito o desenvolvimento matemático para o cálculo da dimensão euclidiana e fractal e foram explicitadas as características dos objetos fractais (lei de formação e dimensão fracionária), retornando-se aos exemplos de fractais cotidianos para contextualizar essa apresentação mais abstrata.

Um aluno faz o seguinte comentário, antes de a professora explicar a diferença entre a geometria euclidiana e a fractal:

“Ah... a euclidiana descreve objetos regulares, e a fractal, irregulares.”

Os comentários dos alunos deram indicações quanto ao bom envolvimento que eles tiveram com o tema.

Questionário de Avaliação

Após tratarmos das três características dos objetos fractais e as aplicarmos aos objetos fractais do cotidiano, entregamos aos alunos um texto-base e um questionário de avaliação, para a verificação do entendimento do conteúdo assimilado nas quatro primeiras intervenções. Esse questionário foi aplicado nas três séries do Ensino Médio, a um total de 23 alunos.

O questionário de avaliação foi o seguinte: 1) O que são fractais?; 2) Quais são as características dos fractais?; 3) Relembrando o que você viu na atividade, calcule a dimensão fractal da Poeira de Cantor abaixo, utilizando a definição; 4) Escreva três exemplos de aplicação da geometria fractal; 5) Qual a diferença entre a geometria euclidiana e a geometria fractal? 6) Desenhe uma figura fractal e explicita a regra utilizada; 7) Relembrando o que você viu na atividade, calcule a dimensão fractal da curva de Koch representada abaixo, utilizando a definição; O DESAFIO: Calcule a dimensão fractal da figura abaixo - tapete de Sierpinski.

No questionário de avaliação, tivemos um bom resultado geral, principalmente na questão de aplicação do conceito de dimensão fractal. A maioria dos alunos foi capaz não só de calcular a dimensão fractal de uma figura nova, a qual estava presente no desafio, que por sinal não era trivial, como também, na questão 6, somente três alunos desenharam figuras euclidianas, tendo

os outros vinte alunos acertado, cinco dos quais desenhando figuras inéditas, diferentes das apresentadas em aula.

Demais intervenções

As demais intervenções foram feitas em conjunto com as professoras das disciplinas: de francês (prof^a Lúcia Oliveira Zucchi); de inglês (prof^a Érika de Paula Mattos); de artes (prof^a Gabriela de Lacquilla Quintale); de química (prof^a Kiriaki Moudatsus Strassacapa Rodrigues); e de redação (prof^a Lúcia Sant'Anna).

Nas aulas de francês foi utilizado o texto de divulgação científica *Chaos et fractales en physiologie humaine* (Goldberger, 1995), que continha exemplos de fractais em fisiologia humana, assunto já tratado anteriormente. Assim, a utilização desse texto, no âmbito da aula de francês, serviu para reforçar os conteúdos antes introduzidos nas aulas de física. O texto foi lido em conjunto com a professora Lúcia Zucchi, e a leitura foi terminada pelos alunos em casa, onde eles responderam um questionário de interpretação com questões relacionadas ao entendimento do francês e também ao tema das aulas. Esse questionário foi construído em conjunto pela professora pesquisadora e a professora de francês.

Na aula de inglês foi lida a versão em inglês do trecho inicial do mesmo artigo, *Chaos and fractals in human physiology* (Goldberger, 1990), e foi respondido um questionário correspondente. Nesse questionário, elaborado apenas pela professora pesquisadora, direcionamos as perguntas para a parte que trata da dinâmica do ritmo das batidas do coração. Depois os alunos explicaram à professora de inglês o conceito de fractal, o que nos permitiu ver sua capacidade de transferência do conhecimento.

Nas aulas de artes foram construídas figuras fractais com a professora Gabriela Quintale. Os alunos puderam utilizar a criatividade para fazer os objetos, que no final ficaram mais elaborados do que na proposta inicial. Posteriormente, foi medida a dimensão das estruturas mais simples, com a professora-pesquisadora.

Na oitava intervenção, realizada na aula de química, foi feito um experimento de eletrodeposição de metais (Talanker & Irazoque, 1993; e Colégio Bandeirantes, 2002). Os alunos gostaram muito de ver a forma fractal surgindo de uma solução de nitrato de prata, mesmo que não tenha ficado exatamente como no artigo acima citado.

Na aula de redação assistiu-se à parte sobre fractais do vídeo *Arte Matemática: forma dentro da forma* (2001), após o que, foi feito um questionamento com a finalidade de relembrar as aulas, para, posteriormente, os alunos escreverem uma redação relacionando o conteúdo do vídeo com o conteúdo das aulas.

Nas redações, os exemplos citados pelos alunos eram, em sua grande maioria, aqueles que haviam sido mais repetidos durante as aulas. Ou seja, os exemplos apresentados mais vezes foram mais bem assimilados. E também foi possível verificar que as características dos fractais foram assimiladas.

Questionário de avaliação final

O questionário de avaliação final teve por objetivo verificar o que os alunos assimilaram das nove intervenções, qual foi o conhecimento retido efetivamente, pontos que tiveram variações de aluno para aluno e avaliar se os alunos apreciaram as atividades propostas.

O questionário de avaliação final foi o seguinte: 1) Explique com suas palavras: o que é um objeto fractal?; 2) Nas aulas, foram vistos alguns exemplos de objetos existentes no seu cotidiano que são fractais. Cite alguns desses exemplos; 3) Fora os exemplos mencionados na questão 2, cite outros objetos reais que você conhece e são fractais; 4) Você consegue estabelecer relações entre as atividades práticas e os conteúdos teóricos? Explique; 5) Você gostaria de estudar mais esse assunto? Por quê?; 6) Você leu um texto de divulgação científica em outro idioma sobre fractais. Você se lembra do que dizia esse texto? Resuma-o num breve parágrafo; 7) Relacione o conteúdo desse texto com o que você sabe sobre fractais; 8) Na aula de artes, você construiu uma figura fractal que foi uma aplicação de um conceito teórico. Qual conceito

você utilizou na construção? Explique o seu desenvolvimento; 9) Na aula de química, você realizou um experimento de eletrodeposição de um metal. Como é possível dizer que o objeto formado é um fractal?; 10) Qual é o comprimento de um objeto fractal, por exemplo, a costa de um país? Esse comprimento depende do tamanho da unidade de medida? Se a 'régua' for infinitamente pequena, qual será o comprimento medido? Explique; 11) O que ocorre quando um objeto fractal é ampliado infinitas vezes? Explique; 12) Essa questão pedia para os alunos enumerarem em ordem crescente de preferência as atividades; 13) O que você sugere para uma eventual modificação nas atividades?

A seguir, transcrevem-se algumas das respostas dos alunos:

Questão 1 – “É um objeto cuja dimensão não é um número inteiro”, “...pegando qualquer parte é igual ao todo, ou a outra parte.”

Questão 2 – “Pulmão, batimentos cardíacos”, “...pulmão, folhas de samambaia, gráficos das batidas do coração, sistema vascular, costa de um país ou continente.”

Questão 6 – “Sim. Dizia sobre os fractais encontrados no corpo humano, como nos pulmões, por exemplo, ou o batimento cardíaco. O que dizia de interessante é que quanto mais um batimento cardíaco for como um fractal, mais saudável ele será...”

Questão 11 – “A ampliação será sempre igual à primeira original”, “Ele parece que não foi aumentado. Porque a parte é igual ao todo.”

Questão 13 – “Ausência de redação, mais vídeos”, “...menos questionários...”, “...mais atividades práticas...”

Questão 14 – “...eu acredito que aproveitei muito. Conhecer o mundo de diversas maneiras é importante, como conhecê-lo pela filosofia, pela arte, pela biologia, pela química, pela religião, e agora por um meio que eu nunca havia imaginado: o fractal.”
 “Foram muito interessantes e produtivas, intensas, e despertaram um estranho gosto por essa teoria dos fractais.”

Esse questionário foi aplicado dois meses após a primeira intervenção. Foi entregue a todos os alunos para responderem em casa, mas devido ao final do ano letivo somente cinco alunos o devolveram. Apesar de pequena, essa amostragem, na qual obtivemos respostas um tanto heterogêneas mas muito positivas, evidenciou uma boa assimilação do conceito de fractal, confirmando os dados obtidos nas redações, e também, que os alunos gostaram muito das atividades.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, nosso objetivo foi introduzir, no Ensino Médio, o conceito de fractal, de modo multidisciplinar e com atividades curtas.

Utilizamos como referencial teórico a idéia de conhecimento cotidiano complexificado (Garcia, 1998) e os ciclos de aprendizagem de Lawson (2001).

Pode-se concluir, com os dados evidenciados nesse trabalho, que é possível incluir o conceito de fractal nas aulas do Ensino Médio em qualquer ano, e em todas as disciplinas mencionadas, desde que os alunos tenham os conhecimentos prévios necessários para o entendimento. Assim, o trabalho proposto atingiu seu objetivo: introduzir o conceito de fractal no Ensino Médio com abordagens relativas ao cotidiano.

Nesse trabalho, verifica-se que a aquisição de uma cultura científica efetiva foi proporcionada aos alunos, pois estes foram capazes de ler e entender artigos científicos e aplicar o conteúdo assimilado a objetos do seu cotidiano. O conhecimento físico foi associado a outras formas de expressão e produção humanas, por exemplo, a arte fractal. Assim, o trabalho seguiu as proposições dos PCN.

Os alunos tiveram um grande interesse em todas as intervenções, tanto pela sua dinâmica, quanto por seu conteúdo. Pois seus comentários e perguntas foram pertinentes, as atividades foram cumpridas de forma natural e seu envolvimento foi visível, tanto pela transmissão oral nas diversas aulas, quanto nas respostas aos questionários.

Vale ressaltar que o presente trabalho é um exemplo de atividade cooperativa entre diferentes disciplinas curriculares, com a participação de vários professores. Entretanto, todo o processo pedagógico foi feito a partir das proposições e coordenação da professora-pesquisadora. Apesar disso, houve bastante interesse e motivação dos demais professores, o que se traduziu em forte empenho desses em sala de aula e, ao mesmo tempo, as atividades foram, nas palavras dos docentes, uma excelente oportunidade para entrar em contato com o tópico tratado.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos alunos, professores, coordenação, direção e demais funcionários do Colégio São Mauro, pela cooperação em realizar esse trabalho.

REFERÊNCIAS

A Arte Matemática: Forma dentro da forma. Programa 12. Produção da TV Cultura. São Paulo, 2001, 1 videocassete .

BRASIL **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.** Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC. 1999. p. 229-237.

CANNAS, Sergio; TAMARAT, Francisco; PENNA, Thadeu J. P.; OLIVEIRA, Paulo M. C.; TSALLIS, Constantino; RESENDE, Helio F. V. de. **O infinito em cores.** *Ciência Hoje*, v. 14, n. 80, p. 40-46, mar/abr, 1992.

COLÉGIO BANDEIRANTES. **Fractais.** Disponível em <<http://www.colband.com.br/fractais/historia.htm>>. Acesso em: 5, ago, 2004.

CONCI, A.; PROENÇA, C. B.; SEGENREICH, S. A. **Comparação de técnicas de segmentação e de dimensão fractal visando a detecção automática de falhas têxteis.** UFF, PUC/RJ. Disponível em: <<http://www.caa.uff.br/~cproenca/pacam.html>>. Acesso em: 7, jul, 2004.

COSTA, Adilson R. da; FONSECA, Marco A.; SILVA, Claudio M. T. da. **Geometria Fractal dos Veios de Quartzo da Serra de Ouro Preto, Flanco Sudeste do Anticlinal de Mariana, Quadrilátero Ferrífero/MG.** *Revista Brasileira de Geociências*. v.31, n.3, p. 247-256, Set, 2001.

DEVANEY, Robert L. **Fractalina.** Disponível em <<http://math.bu.edu/DYSYS/applets/index.html>>. Acesso em: 20, maio, 2004.

DEWDNEY, A. K. **A tour of the Mandelbrot set aboard the Mandelbus.** *Computer Recreations. Scientific American*. v. 260, n. 2, p. 108-111, Feb, 1989.

DAVID, Michel; LOUIS, Mahallen; POLLOCK, Ellen. **Fractal Art Gallery.** Disponível em: <<http://www.moonsinger.com/fractalgallery.htm>>. Acesso em: 10, out, 2004.

FIEDLER-FERRARA, Nelson; PRADO, Carmen P. Cintra do. **Caos: uma introdução.** São Paulo: Edgard Blucher, 1994.

GARCIA, J. Eduardo. **Hacia una teoria alternativa sobre los contenidos escolares.** Sevilla-Espanha: Díada, 1998.

GOLDBERGER, A. L.; RIGNEY, D. R.; WEST, B. J. **Chaos and fractals in human physiology.** *Scientific American*, v. 262, n. 2, p. 42-49, Feb, 1990.

GOLDBERGER, A. L.; RIGNEY, D. R.; WEST, B. J. **Chaos et fractales en physiologie humaine. Pour la Science- Dossier: Le Chaos.** Hours-Serie, p. 122-129, jan, 1995.

JURGENS, H.; PEITGEN, H. O.; SAUPE, D. **Fractals for the Classroom.** 2ª edição. Berlin : Springer-Verlag, 1993.

LANIUS, Cinthia. **Aplicativos.** Disponível em: <<http://math.rice.edu/~lanius/frac/>>. Acesso em: 15, maio, 2004.

LAWSON, Anton E. **Using the learning cycle to teach biology concepts and reasoning patterns.** *Journal of Biological Education*. v. 35 n.4, p. 165-169, Apr, 2001.

MANDELBROT, B. B. **The Fractal Geometry of Nature.** rev. ed. New York: W.H. Freeman Company, 1982.

- MANDELBROT, B. B. **A Multifractal Walk Down Wall Street. Scientific American**, v. 280, n. 2, p. 70-73, Feb, 1999.
- MEHAUTE, Alain Le. **Fractals: quand la matière fait zoom. Science & Vie. Hors-Serie**, n.161, 102-113, déc, 1987.
- PEITGEN, H.-O; RICHTER, P. H. **The Beauty of Fractals: Images of Complex Dynamical Systems**. Berlin: Springer-Verlag, 1986.
- SAAD, F. Daher. **Demonstrações em Ciências. Explorando fenômenos da pressão: ar e líquidos**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2005.
- SCHMIDT, Priscila Borghette. **Atividades curtas multi-abordagem no Ensino Médio: Introduzindo o conceito de fractal**. 2004. 91 f. Monografia (Licenciatura em Física). Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- TALANQUER, V., IRAZOQUE, G. **Fractals: To Know, To Do, To Simulate. The Physics Teacher**. V. 31, n. 2, p. 72-78, Feb, 1993.
- TERRAZAN, E.A. **A inserção da física moderna e contemporânea no ensino de física na escola de 2º grau. Caderno Catarinense de Ensino de Física. Florianópolis**. v. 9, n. 3, p. 209-214, dez., 1992.