

Reflexões de Licenciandos em Física sobre a Linguagem Matemática no Ensino de Física

Reflections of Undergraduates in Physics on Mathematical Language in Physics Education

João Paulo Mannrich¹
jpmannrich@yahoo.com.br

Henrique César da Silva¹
henriquecsilva@gmail.com

¹ Programa de Pós Graduação em Educação Científica e Tecnológica –
Universidade Federal de Santa Catarina

Resumo

Trata-se da análise de parte dos dados de uma investigação mais ampla sobre como licenciandos em física refletem sobre o papel da linguagem Matemática no Ensino de Física. Os dados, relativos à participação em um fórum virtual, foram coletados no contexto da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de uma licenciatura em Física. O fórum fez parte de um tópico com tema “Resolução de Problemas e o papel da matemática na Física e no Ensino de Física”, objetivando inserir a temática na formação de professores. A análise levou em consideração o contexto da produção verbal dos alunos com relação as demais atividades do tópico. Subsidiaram a produção das atividades e as análises realizadas, ideias discutidas na literatura sobre as relações entre física e linguagem matemática, com destaque para a noção de papel estruturante dessa linguagem na Física. Resultados apontam aspectos das condições de produção da reflexão dos licenciandos.

Palavras chave: linguagem matemática; formação de professores; papel estruturante; fórum;

Abstract

It is the analysis of the data of a wider investigation as undergraduates in physics reflect on the role of language in Mathematical Physics Teaching. The data relating to participation in a virtual forum, were collected in the context of discipline Methodology and Practice of Teaching a degree in Physics. The forum was part of a themed topic "Problem Solving and role of Mathematics in Physics and Physics Education", aiming to put the issue in teacher training. The analysis took into account the context of verbal production of students with respect to other activities of the topic subsidized production activities and analyzes, ideas discussed in the literature on the relationship between physical and mathematical language, with emphasis on the notion of structuring role this language in physics. Results suggest aspects of the production conditions of reflection of undergraduates.

Key words: mathematical language; teacher training; structuring role; forum;

A Linguagem Matemática e o Ensino de Física

De maneira geral podemos compreender a Física como uma Ciência que busca compreender a natureza, ou melhor formular leis sobre natureza. Nessa busca os Físicos seguem caminhos que, apesar de bastante estudado por filósofos, ainda geram controvérsias a seu respeito, o que não nos permite estabelecer claramente como ele é trilhado (CHALMERS, 1993). Certamente ninguém discordará que o formalismo matemático faz parte do desenvolvimento da Física e de seu ensino.

Na tentativa de compreender melhor a relação entre a Matemática e a Física, Pietrocola (2002), trazendo algumas ideias desse campo, descreve a Matemática como linguagem da Física, o que já implica em uma importante diferença entre os conhecimentos de senso comum e conhecimento Físico. No Ensino de Física, esta relação que pode parecer óbvia para alguns não o é para outros. É comum culpar o fracasso dos alunos, tanto no nível médio quanto superior, à deficiência de conhecimentos matemáticos, e a crença de que apenas uma boa bagagem matemática resolveria estes problemas. Esta culpabilidade indica uma concepção em que a Matemática possuiria um caráter ferramental, um instrumento “externo” que deve ser adquirido em outro lugar ou momento (aulas de matemática) para ser usado pela Física. Esta visão é prejudicial ao ensino dessa disciplina (KARAM; PIETROCOLA, 2009). Como algumas pesquisas tem mostrado, ter um domínio básico de matemática é um fator considerável para o fracasso de alunos em cursos de física (HUDSON; MCINTIRE, 1977 *apud* KARAM, 2012), não garante o sucesso em seu aprendizado (HUDSON; LIBERMAN, 1982 *apud* KARAM, 2012). É possível, no entanto, pensar de maneira diferente a relação da Física com a Matemática como indicam estudos no campo da filosofia e epistemologia.

Uma consequência desta visão unicamente ferramental pode gerar desinteresse de estudantes pela Física, por estes não compreenderem a pertinência da matemática em seu aprendizado. Desta forma “é preciso encontrar formas de mostrar qual o papel desempenhado pela Matemática na aprendizagem da Física (PIETROCOLA, 2002, p. 91)”. Para Karam (2012), a função estrutural da Matemática na Física (*habilidade estruturante*) deveria ser um dos principais objetivos para o Ensino de Física. Ela está relacionada com a capacidade de utilizar a Matemática em contextos externos a ela, em outras palavras, de compreender os fenômenos físicos matematicamente. A perspectiva colocada por Karam (2012), a partir de Pietrocola (2002) e outros autores, permite compreender a matemática como linguagem constitutiva da física, ou seja, trabalhar na perspectiva da concepção de linguagem como instrumento de pensamento. Algumas propostas têm sido pensadas no sentido de se trabalhar o caráter estruturante da matemática no Ensino de Física (PINHEIRO et al, 2001; KARAM; PIETROCOLA, 2009) em diferentes contextos.

Para Pietrocola (2002), possíveis soluções para trabalhar outra visão da Matemática no Ensino de Física, estaria relacionadas a uma análise mais detalhada das relações existentes entre a Matemática e a Física. Segundo Karam (2012), é preciso um investimento na formação de professores, tanto em discussões epistemológicas sobre o tema, como na busca de estratégias didáticas para tratá-lo em contextos de ensino. Há poucos trabalhos que têm analisado a questão da linguagem matemática na formação de professores ou em aulas de Física no Ensino Superior como o de Almeida (2012) e de Ataíde e Greca (2013). Frente ao exposto, esse trabalho analisa parte de um tópico de ensino desenvolvido com objetivo de inserir a discussão sobre o tema no contexto da formação de professores, por meio da seguinte pergunta: como os licenciandos refletem sobre as relações entre a Matemática e a Física no contexto de resolução de problemas, especialmente para erros durante esse processo?

A Matemática como Linguagem da Física

Podemos compreender a Física como um modo de pensar que permite os físicos compreender a natureza, formular suas leis. Em uma palestra proferida em 1939, Paul Dirac (1902 - 1984) descreve dois métodos que, segundo ele, utilizam-se para estudar os fenômenos naturais: a experimentação e observação e o raciocínio matemático. Para ele, não há razão lógica para o sucesso do segundo método, uma vez que “os matemáticos jogam um jogo ao qual eles mesmos inventam as regras, enquanto que os físicos jogam um jogo em que as regras são providas pela natureza (DIRAC, 1939. *Tradução livre*)”. Porém, conclui sua ideia dizendo que “o tempo tem nos mostrado que as regras cujos matemáticos tem achado interessante são as mesmas que a natureza tem escolhido (DIRAC, 1939. *Tradução livre*)”, o que sugere que há uma “qualidade” matemática na natureza.

Fazendo uma análise histórica percebemos que nem sempre a Matemática foi parte deste modo de pensar. Analisando o período entre os anos de 1700 a 1900, Gingras (2002) parte da publicação dos *Principia* de Newton, que segundo ele, é um marco conceitual, “uma ruptura radical com a tradição então dominante de uma filosofia mecânica que explica fenômenos, na maioria das vezes qualitativamente, por forças de contato (GINGRAS, 2001. p. 384. *Tradução livre*)”. Para Gingras (2001), Newton, ao traçar um caminho matemático para a filosofia natural, de certa forma iniciou uma série de consequências sociais, epistemológicas e ontológicas que, ao longo de um século, redefiniu a prática legítima da física, no sentido de que a física agora é matemática em sua formulação. Em seu trabalho fica evidente que até meados do século XVII, o estudo e discussão sobre os fenômenos da natureza não envolvia a Matemática, com excessão da geometria, que era empregada em algumas áreas. Consequentemente, muitos dos atores que discutiam estes fenômenos apenas de maneira “verbal”, apresentaram forte resistência contra matematização do estudo da natureza (GINGRAS, 2001). Esta “nova” maneira de estudar a natureza também preocupou Faraday, que apesar de ser um excelente experimentalista, não tinha conhecimentos matemáticos para acompanhar esta matematização da Física. Ao receber o artigo de Maxwell intitulado “Nas Linhas de Força de Faraday”, ele admite ter ficado assustado com o formalismo matemático que suas ideias haviam tomado nas mãos de Maxwell (GINGRAS, 2002). Mas Maxwell já havia esboçado uma resposta para esta pergunta, quando um ano antes, em 1856, ele fala em sua palestra inaugural em Aberdeen que a “filosofia natural é, e deve ser matemática, isto é, a ciência em que as leis relativas à quantidade são tratadas de acordo com os princípios do raciocínio exato (MAXWELL, 1852, *apud* GINGRAS, 2001, p. 397)”. Para Maxwell, a linguagem matemática seria a única capaz de tratar a natureza de maneira exata.

Nos posicionamentos apresentados, percebemos que a Matemática na construção do conhecimento físico está para além de uma simples ferramenta. Mesmo que não muito bem compreendida, esta relação não pode ser tratada de maneira independente, onde a primeira seria um simples instrumento da segunda que até se poderia prescindir. A matemática também estrutura o pensado físico (PIETROCOLA, 2002), de modo que a Física se constrói apoiada na Matemática, e esta maneira de enxergar a natureza precisa ser devidamente trabalhada no Ensino de Física.

A Linguagem Matemática na Formação de Professores de Física

O Contexto da pesquisa

O tópico sobre “Resolução de Problemas e o papel da matemática na Física e no Ensino de Física” foi desenvolvido na disciplina Metodologia do Ensino de Física da 7ª fase de um curso de Licenciatura em Física na modalidade a distância. Paralelamente estavam cursando Mecânica Geral e Instrumentação para o Ensino de Física A, que tinha a questão da modelização como um de seus tópicos de estudos, desenvolvido justamente nas semanas em que as atividades deste tópico estavam sendo desenvolvidas. O tópico teve por objetivo

problematizar a visão ferramental atribuída à Matemática e a prática de resolução mecânica de exercícios puramente matemáticos. As atividades desenvolvidas no tópico foram divididas em duas partes: I – discussão em um fórum no ambiente virtual a partir da resolução de um problema típico de Física retirado da literatura, e em seguida pela leitura obrigatória de 2 artigos¹; II – apresentação de uma análise crítica de uma situação de sala de aula que ocorreu uma semana após o início do tópico e do fórum.

Nesta análise focamos apenas nas discussões no fórum que foram desenvolvidas durante três semanas, sendo obrigatória (avaliativa) a participação apenas na última semana. Buscamos compreender como se deu a reflexão de licenciandos sobre a relação da matemática no Ensino de Física partindo da problemática da resolução de problemas. As leituras obrigatórias foram Karam e Pietrocola (2009) e Gil-Pérez et al (1992). A primeira critica visões ferramentais atribuídas à Matemática na Física e indica que o Ensino de Física deve trabalhar com o objetivo de desenvolver *habilidades estruturantes*, relacionadas à capacidade de utilizar a matemática em contextos externos a ela. Para os autores mesmo no contexto tradicional de resolução de problemas tais habilidades podem ser desenvolvidas. A segunda problematiza a própria noção do que seja um problema científico, criticando abordagens didáticas que disseminam concepções mecânicas à resolução de problemas, pois estas estimulam um “operativismo abstrato, carente de significado, que pouco pode contribuir a uma aprendizagem significativa (GIL-PÉREZ et al, 1992, p. 9)”.

Para gerar uma discussão inicial, foi solicitado que resolvessem e entregassem o seguinte problema típico proposto por Gil-Pérez et al. (1992) antes de disponibilizar os artigos: *Um objeto se move ao longo de sua trajetória segundo a equação: $e = 25 + 40t - 5t^2$ (e em m, t em s). Que distância percorrerá em 5 s?* Cabe ressaltar que a substituição direta dos valores de t não dá a resposta correta. Para resolvê-lo é preciso pensar fisicamente a matemática do problema, ou seja, é preciso utilizar *habilidades estruturantes*. Após a entrega da resolução do problema, em que apenas 2 das 20 respostas estavam corretas, iniciamos o fórum com os questionamentos: (1) *Resolva o problema da Tarefa 1 [problema típico] para 6 segundos e compare com o resultado anterior que achou para 5 segundos. O que você conclui? A que se deve atribuir resultados errôneos tão generalizados em um problema como o anterior? O que podem indicar? O que sugerem?* Dois dias após, disponibilizamos os artigos para leitura. Além disso, durante as discussões outras intervenções foram feitas pela equipe buscando fomentá-las.

Ao todo 18 licenciandos participaram das discussões, gerando um total de 96 postagens (falas), em que 60 foram pertinentes para esta análise. Além disso, a maior parte das postagens ocorreu na última semana (70 de 96), uma vez que a atividade foi avaliativa nesta. Inicialmente analisamos as respostas enviadas ao problema inicial em que apenas 2 resoluções estavam corretas. Dois licenciandos construíram o gráfico para a equação, mas sem fazer qualquer comentário sobre ele. De maneira geral os estudantes que erraram apenas substituíram o valor de $t = 5s$ na equação dando a resposta errada para a distância percorrida como 100m. Alguns ainda descontaram a posição inicial (25m) e consideraram a distância percorrida como $100m - 25m$ resultando em 75m. Nosso objetivo não foi julgar acertos e erros, mas proporcionar uma “tomada de consciência” nos termos de Gil-Pérez et al. (1992).

Categorias, análise e discussões

Sem termos estabelecido categorias de análise *a priori*, a partir das falas identificamos as reflexões dos licenciandos sobre os erros na resolução do problema proposto, que foram organizadas em 6 categorias: **falta de clareza conceitual das grandezas envolvidas, falta de**

¹Gil-Pérez et al. (1992) e Karam e Pietrocola (2009).

pensamento físico, problemas no enunciado, problema na formação, falta de planejamento adequado e motivação. A seguir apresentamos algumas falas que caracterizam estas categorias e tecemos alguns comentários. Identificamos os licenciandos como L1, L2, L3, L4, L5, L6, L7, L8, L9, L10... É importante destacar que alguns licenciandos trazem ideias que dizem respeito a mais de uma categoria.

Falta de clareza/entendimento conceitual das grandezas envolvidas: Classificamos nesta categoria as ideias que relacionavam-se com a compreensão/significado físico das grandezas/conceitos físicos envolvidos no problema, representada por uma única fala.

Acho que o erro mais comum se deve a tentativa de aplicar a fórmula sem saber exatamente o **significado de cada grandeza envolvida**. Outro erro comum deve ser devido a **falta de clareza com relação a conceito como deslocamento e distância percorrida** (L24).

De fato esta confusão entre os conceitos posição, deslocamento e distância percorrida são apontados por Gil-Pérez et al. (1992) como reflexo de uma frágil cultura da resolução mecânica de problemas, que pouco contribui para o esclarecimento de tais conceitos. Mas, apenas clareza conceitual não se mostrou suficiente para resolver o problema, uma vez que alguns licenciandos calculam a diferença entre posição inicial ($t=0$) e posição final ($t=5$), encontrando assim a distância percorrida. Tal cálculo estaria correto se o movimento estivesse ocorrido em um único sentido. Gil-Pérez et. al (1992) sugere que isso pode ser resultado de uma generalização acrítica na resolução de problemas, pois geralmente os estudantes são expostos a situações que o procedimento, tal qual como realizado por praticamente todos os licenciandos de nossa análise, quase sempre dá certo.

Falta de pensamento físico/habilidade estruturante: Nessa categoria classificamos as falas que indicam que a análise do problema se resumiu ao modo técnico (habilidades técnicas) de trabalhar os problemas no Ensino de Física, de modo que uma análise física da situação não foi realizada.

[...] Muitas vezes, os alunos são tão acostumados a trabalhar a matemática dos problemas de física, **que não prestam atenção no fenômeno físico envolvido**, mas este tipo de operativismo abstrato, que é tratado somente da matemática dos problemas, de acordo com o texto [Gil-Pérez et al. (1992)], deixa a aprendizagem do aluno prejudicada, pois é carente de significado (L10).

A fala de L10 encontra-se no final da terceira semana de discussões. Ele parece sensibilizado com o problema que essa falta de pensamento causa ao Ensino de Física, quando traz as ideias de Gil-Pérez et al (1992) ao dizer que a resolução de problemas que não leve em conta o contexto físico pouco pode contribuir para a aprendizagem. Um ponto que chama nossa atenção é que apenas um licenciando atribuiu os erros de maneira explícita a falta de habilidade estruturante, que era um dos principais objetivos da atividade. Segundo ele

[...] lendo as últimas mensagens colocadas no fórum, pensei no seguinte: primeiro não analisamos e não interpretamos a equação matemática em si, como função matemática, suas variáveis dependentes e independentes e depois faltou análise física dessa função matemática, ou seja, **faltou-nos "habilidades estruturantes"** [...] (L6)".

Essa fato é interessante, pois aponta para a dificuldade que é reconhecer a própria análise da função matemática enquanto estruturadora das ideias físicas como um problema como causador de erros no Ensino de Física.

Problemas no enunciado: Nessa categoria foram classificadas as falas relacionadas a problemas com o próprio enunciado da questão, no sentido de que a questão estaria mal

formulada, principalmente pelo fato de o problema não ter especificado o intervalo de tempo a ser considerado.

[...] **para mim este problema não foi proposto de forma correta** [...]. Ora, **faltou definir em que momento começamos a contar os tais cinco segundos**. Não está nem um pouco claro que o aluno ou nós mesmos, tenhamos que considerar o instante inicial como sendo $t=0$. (L20).

Esta visão também foi comum entre as ideias apresentadas. Isso nos indica certo controle na formação inicial de professores, uma vez que o enunciado tem problemas quando não deixa explícito exatamente todos os dados necessários para resolvê-lo. Um ponto que se destaca é a crítica sobre a causa dos erros relacionados a esta categoria por L6: *“Agora não vejo problema algum no enunciado da questão. [...] Eu entendi tranquilamente que se trata dos primeiros 5s do movimento [...]”*. Convém ressaltar que as ideias de L6 estão dentre as últimas postagens, e L20 entre as primeiras, o que parece nos indicar certa evolução nas reflexões, especialmente sobre a postura em relação a linguagem matemática diante de uma situação física, como o próprio L6 indica, quando diz que após ter lido algumas postagens é que chegou a essa conclusão.

Problemas na formação: Nessa categoria classificamos as falas que aponta para a formação como “culpada” para a forma de agir frente a resolução do problema que resultou no grande número de erros.

[...] Este problema proposto para nós foi também um problema fechado, **com o qual estamos muito acostumados a trabalhar, deve ser por este motivo que várias pessoas erraram a resposta. Também tivemos dados prontos no enunciado, e assim, seguimos da maneira como somos acostumados, e como nossos alunos também são**. [...] (L20).

L20 indica que o modo mecânico de agir está relacionado com sua formação, e quando expostos a situações aparentemente similares se comportam como tal. Segundo Gil-Pérez et al. (1992), esse processo acaba fazendo com que o estudante generalize acriticamente as situações, gerando resultados como os da atividade proposta. L20 ainda vai mais fundo e faz uma análise do problema, dizendo que o fato dele ser fechado acabou levando aos erros.

Falta de planejamento adequado: Alguns licenciandos também influenciados pelos artigos argumentaram que a falta de planejamento na resolução contribuiu para os erros, e que se devidamente feito levaria à resolução correta:

A partir da fala de alguns colegas e do texto 1 [Gil-Pérez et al. (1993)], posso dizer que **geralmente o que acontece na resolução dos problemas é uma falta de preparação para resolve-lo**, [...] (L22).

[...], acredito que o esquema proposto por Polya para resolver problemas é bem interessante e fundamental para o processo de resolução de problemas na qual os alunos apresentam tanta dificuldade. Segundo Polya: - "Compreensão do problema; - Estabelecimento de um plano; - execução do plano." Sequência bem elaborada mas que não devemos considera-la como única, mas como um caminho que pode ser traçado para facilitar a compreensão e a resolução dos problemas propostos (L1).

Apesar de as duas falas estarem relacionadas a necessidade de um planejamento de resolução, existem visões diferentes do que seria um planejamento nelas. Gil-Perez et al. (1992) elencam orientações que buscam romper com o processo mecânico de resolução de problemas, mas nada falam sobre o papel que a função matemática possui e como ela poderia ser analisada sob o ponto de vista físico. Questionados se as etapas propostas por Polya seriam suficientes

para resolver de maneira correta o problema, alguns licenciandos admitem suma importância delas. Sobre este aspecto é interessante avaliarmos a resposta de L11:

Este trecho do texto 2 [KARAM; PIETROCOLA, 2009a], especifica melhor os passos para a resolução de problemas [cita o trecho do texto que apresenta os passos descritos por Reif et al. (1976)] [...] **penso que se tivéssemos seguido os passos conseguiríamos sim chegar a resposta correta** [...] (L11).

É importante destacar que Karam e Pietrocola (2009) tecem críticas aos passos mencionados por Reif por ele não mencionar o fato de que o conhecimento físico ser organizado formalmente pela linguagem matemática, e conseqüentemente, em seu papel na resolução do problema. Segundo eles, a maior parte dos problemas tradicionais podem ser resolvidos seguindo esses passos, o que leva a questionarem se isso não é uma forma de justificativa a posteriori ao invés de ligada ao contexto original de resolução de problemas. Nenhum licenciando atentou para o fato de que os passos mostrados por Polya referem-se ao contexto da matemática e os propostos por Reif ao contexto da Física.

Falta de motivação: Nessa categoria selecionamos justificativas relacionadas a algum tipo de motivação, como podemos acompanhar:

[...] Na primeira vez que resolvi, eu tinha um sentimento de que estava errado, de que existia algo a ser investigado. E eu investiguei? Não. Por que? Imaginem se este problema estivesse num contexto diferente, onde existisse talvez uma nota diretamente ligada ao resultado, ou talvez a resolução de um problema que pudesse me dar um retorno financeiro de R\$100.000,00, tenho certeza que eu e vários colegas nos aproximariam muito da resposta certa. [...] Resumindo, o erro coletivo na resolução do problema foi basicamente falta de empenho, motivação que nos fizesse resolver com cunho investigativo, devido ao contexto [refere-se a forma como o problema foi proposto dentro da atividade]. (L3).

Pela fala, podemos pensar que uma maior contextualização seria uma forma de motivar os estudantes na resolução. Apesar de não mencionado por L3, segundo Gil-Perez (2009) “*é absolutamente necessário evitar que os alunos se vejam envolvidos no tratamento de uma situação sem ter podido sequer formar uma primeira ideia motivadora*”. Nessa perspectiva podemos concordar com L3 que a atividade foi proposta de maneira pouco motivadora, mas propositalmente nesse contexto para fazê-los sentir na pele as deficiências da prática tradicional. Contudo, um dos problemas apontados por pesquisadores que também pode contribuir para a falta de motivação está no fato de os estudantes serem submetidos a uma prática de ensino exclusivamente centrada na linguagem matemática (ALMEIDA, 2012), em geral associados à resolução mecânica de exercícios.

Algumas Considerações

Esta análise parcial faz parte de uma pesquisa mais ampla sobre como licenciandos refletem sobre o papel da linguagem matemática no Ensino de Física. Pudemos identificar que as reflexões apontando para 6 diferentes aspectos em relação aos motivos que levou a maioria ao tratamento mecânico que gerou o grande número de erros. Certamente, tais motivos não esgotam a gama de possibilidades uma vez que não podemos esquecer a influência do contexto em que a discussão no fórum foi desenvolvida. Um de nossos principais objetivos em relação à atividade foi que os licenciandos indicassem explicitamente como causa para os erros a análise da própria função matemática enquanto modelizadora do fenômeno físico, o que foi verificado apenas por um licenciando, como argumentado por L6. Isso pode ser um

indicativo de que os licenciandos ainda estão pensando separadamente o problema matemática e o problema físico, visão criticada por autores como Karam e Pietrocola (2009).

Um aspecto importante a ser apontado é o fato de alguns licenciandos indicam a deficiência de sua formação como causadora dos erros. Isso sugere que discussões explícitas sobre aspectos dos modelos matemáticos precisariam ser melhor trabalhadas durante sua formação, para que possam se portar de maneira diferente frente à resolução de um problema. Situações em que a simples manipulação mecânica não seja suficiente para resolver um problema poderia ser uma forma fazê-los pensar nesta direção. Outro ponto a destacar seria sobre a categoria “problemas no enunciado”. Elas nos indica que o enunciado teria problemas quando não deixa explícito todos os dados para sua resolução. Isso nos mostra o controle que a formação exerce no modo de conceber um problema e logo, em como se portar frente a ele. O objetivo de pesquisas futuras será verificar com mais detalhes a influência do contexto durante as discussões apresentadas, compreender como licenciandos foram levados a refletir sobre o papel da Matemática no Ensino de Física e também para quais concepções essas reflexões apontam.

Referências

ALMEIDA, M. J. P. M. de. O imaginário de estudantes de licenciatura sobre exercícios em aulas de física. **Nuances: estudos sobre Educação**. Ano XVIII, v. 22, n. 23, p. 58-72, mai./ago. 2012.

ATAÍDE, A. R. P. de; GRECA, I. M. Estudo exploratório sobre as relações entre conhecimento conceitual, domínio de técnicas matemáticas e resolução de problemas em estudantes de Licenciatura em Física. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias** v. 12, Nº 1, 209-233, 2013.

CHALMERS, A. S. **O que é ciência afinal?** Ed. 1. São Paulo: Brasiliense, 1993.

DIRAC, P. A. M. **The Relation Between Mathematics in Physics**. *Lecture delivered on presentation of the JAMES SCOTT prize, February 6, 1939. Published in: Proceedings of the Royal Society (Edinburgh) Vol. 59, 1938-39, Part II pp. 122-129.*

GIL-PÉREZ, D.; MARTINEZ-TORREGROSA, J.; RAMIREZ, L.; DUMAS-CARRÉ, A.; GOFARD, M.; CARVALHO, A. M. P. Questionando a didática da resolução de problemas: elaboração de um modelo alternativo. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 9, n. 1, p. 7-19, abr. 1992.

GINGRAS, Y. What did mathematics do to physics? **History of Science**, v. 39, p. 383-416, 2001.

KARAM, R. A. S. M. **Estruturação matemática do pensamento físico no ensino: uma ferramenta teórica para analisar abordagens didáticas**. Tese, Faculdade de Educação, USP, 2012.

KARAM, R. A. S.; PIETROCOLA, M. **Habilidades Técnicas Versus Habilidades Estruturantes: Resolução de Problemas e o Papel da Matemática como Estruturante do Pensamento Físico**. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p.181-205, 2009.

PIETROCOLA, M. **A Matemática como estruturante do conhecimento físico**. Caderno Brasileiro de Ensino de Física. v. 19, n. 1, p. 93-114, 2002.

PINHEIRO, T.F.; PINHO-ALVES, J.; PIETROCOLA, M. **Modelização de variáveis: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da Matemática no conhecimento científico**. In: Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora. Florianópolis: Editora da UFSC, 2001.